самом методе построения имитационных систем, так и в практике проведения машинных экспериментов. Применение имитационного подхода часто представляется грубым силовым приемом или последним средством, к которому следует прибегать, но факт заключается в том, что этот метод остается одним из самых распространенных инструментов в исследовании операций (Шеннон, 1978). При использовании данного метода в каждом конкретном случае необходимо решать вопросы, связанные с планированием эксперимента. Методы решения подобных задач составляют содержание теории планирования экспериментов, основы которой заложены Р. Фишером.

³ Со времени появления в 1935 г. книги Р. Фишера (Fisher, 1935), (Фишер, 1958) было опубликовано большое число книг и статей по планированию экспериментов в различных областях знаний: биологических, физических, исследовании операций и т.д. Планирование и проведение машинных экспериментов (как и экспериментов любого другого типа) служит основой процесса исследования и получения новой информации о рассматриваемой системе. В терминах теории планирования эксперимента целью эксперимента может быть исследование и описание поверхности реакции, либо оптимизация реакции в некоторой области функционирования системы в пространстве факторов. В любом случае основная задача эксперимента – это изучение поверхности реакции, соответствующей различным значениям (уровням) факторов.

⁴ Несмотря на то, что цели машинных (на ЭВМ) и физических экспериментов, по существу, совпадают, между ними имеются и некоторые различия. Очевидным преимуществом машинных экспериментов перед физическими является легкость воспроизведения условий эксперимента. Например, сравнение двух альтернатив при одинаковых условиях (при одинаковой последовательности событий) достигается путем использования одной и той же последовательности случайных чисел для каждой из альтернатив, в результате чего уменьшается разностная вариация усредненных характеристик альтернатив, что позволяет осуществить статистически значимое различие этих характеристик при значительно меньших размерах выборки. Если же нужно оценить абсолютные характеристики системы, тогда на каждом шаге можно использовать новую последовательность случайных чисел.

⁵ Еще одно преимущество машинных экспериментов перед физическими состоит в легкости прерывания и возобновления эксперимента. Это позволяет применять при машинных экспериментах эвристические методы, опирающиеся на опыт и интуицию исследователя, которые могут оказаться нереализованными в физическом процессе. При работе на ЭВМ всегда можно прервать эксперимент на время, необходимое для анализа результатов и принятия решения об изменении параметров модели или продолжении эксперимента при тех же значениях.

⁶ Но эти качества машинных экспериментов одновременно являются достоинством и недостатком. Достоинством их можно считать потому, что они позволяют экспериментатору полностью контролировать эксперимент, и недостатком, потому что при анализе машинных экспериментов с имитационными моделями часто возникают трудности, связанные с тем, что необходимо учитывать

автокорреляцию выходных результатов. Автокорреляция означает, что наблюдения выходных последовательностей не являются независимыми. При этом значение наблюдаемого результата зависит от результата одного или нескольких предыдущих наблюдений и поэтому содержит меньше информации, чем в случае независимых наблюдений. Независимость событий - одно из главных предположений математических методов при планировании эксперимента.

7 После того как установлены цели эксперимента, определена моделируемая система и принято решение воспользоваться машинным экспериментом с имитационной моделью (как правило, другие методы оказались бессильны), необходимо создать план эксперимента. С самого начала проведения эксперимента нужно иметь довольно подробный план, чтобы можно было организовать целенаправленное получение (возможно и частичный анализ) экспериментальных данных. Некоторые типы планов машинных экспериментов в настоящее время стандартизированы, однако исследователь должен быть готов к модификации планов и их приспособлению к специфическим условиям конкретной задачи.

8 ПЛАНЫ МАШИННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

9 В машинных экспериментах с имитационными системами число возможных комбинаций и значений факторов практически безгранично. Считается, что число различных решений пропорционально объему сведений, накопленному к данному моменту наукой, который нарастает как гамма-функция от времени. В таком же отношении увеличивается и общее число возможных вариантов функционирования системы. В соответствии с этим объем работ по выявлению и оцениванию вариантов исследуемой системы и, следовательно, процедура выбора решения на уровне всей системы становится чрезвычайно сложной, поэтому для проведения экспериментального исследования, приходится прибегать к существенным упрощениям. Выбираемый экспериментатором план в значительной степени определяется целью исследования и методом статистического анализа его результатов, для этого могут потребоваться различные методы.

10 Наиболее распространены следующие типы экспериментов:

11 1) Сравнение средних значений и дисперсионных отклонений различных альтернатив.

12 2) Определение важности учета или зависимости влияния переменных и ограничений, наложенных на эти переменные.

13 3) Нахождение оптимальных значений на некотором множестве возможных значений переменных.

14 Основные вопросы, встающие перед экспериментатором, в экспериментах первого типа – это вопросы о размере выборке, начальных условиях и наличии или отсутствии автокорреляции. Основными методами в экспериментах второго типа является дисперсионный и регрессионный анализ. Третий тип экспериментов в каждом конкретном случае требует поиска новых методов планирования эксперимента.

С каждой целью исследования должен быть связан специальный тип плана эксперимента. В зависимости от цели эксперимента применяются различные планы – полный факторный, неполный факторный, ротатабельные, а также оптимизационные планы и планы построения поверхности реакции. Начиная с 50-х годов, эти вопросы подробно разрабатывались в литературе (Cochran, Cox, 1957), (Davis, 1960). В полном факторном плане используются все точки, которые можно получить в результате исследования всего диапазона значений факторов в сетке равноотстоящих точек. Достоинство полных факторных планов в том, что они дают возможность отобразить всю поверхность реакции системы, если количество факторов невелико. Эффективность этого метода, как и других методов, в значительной степени зависит от природы поверхности реакции. Чем меньше наклоны и больше округлены пики и ребра этой поверхности, тем точнее полный факторный план описывает эту поверхность и аппроксимирует ее вершины. Если каждый из k факторов имеет n уровней, то число точек полного факторного плана равно n^k . Ясно, что, если надо исследовать значительное число факторов, полный факторный эксперимент может потребовать вычисления огромного числа точек плана.

Существуют другие планы, требующие меньшего числа точек и не приводящие при этом к потере значительного количества информации о характере функции реакции. Решить эту задачу позволяют неполные факторные планы эксперимента. Если мы хотим ограничиться неполным исследованием (например, исследовать лишь главные эффекты и двухфакторные взаимодействия и не рассматривать взаимодействия более высокого порядка), то можно использовать планы, позволяющие решать поставленную задачу и требующие меньшего количества испытаний по сравнению с полным факторным планом. Для неполных факторных планов, типа латинских и греко-латинских квадратов, достаточно проводить только часть испытаний, требующих полных факторных планов. Неполные факторные планы применяются главным образом для отсеивания, т.е. выявления переменной, сильнее других воздействующей на реакцию. Иногда эти планы называют планами «равных возможностей» т.к. они дают с одинаковой максимальной точностью независимые оценки главных эффектов (и двухфакторных взаимодействий в случае необходимости) всех конкурирующих переменных.

По результатам, полученным в процессе машинных экспериментов, может быть построена поверхность реакции. Если поверхность реакции строится с помощью полинома второй или более высокой степени, то оценки коэффициентов при квадратичных членах, полученные с помощью неполных факторных планов, могут оказаться недостаточно точными. Можно, однако, попытаться построить план эксперимента, в котором число точек будет меньше, чем в полном факторном плане, но больше, чем в неполном. Специально для оценки по результатам эксперимента коэффициентов второй и более высоких степеней были разработаны ротатабельные планы. Эти планы годятся для любого числа факторов; их можно построить, комбинируя вместе вершины правильных или почти правильных геометрических фигур и центральные точки. Использование ротатабельных планов гарантирует, что в любой точке пространства факторов стандартное отклонение построенной реакции зависит только от расстояния этой точки от

центра и не зависит от направления. Таким образом, если вращать точки плана вокруг центра (rotate - отсюда происходит название), дисперсия предсказуемой реакции в любой точке пространства факторов будет одной и той же.

¹⁸ Такие планы можно построить, используя, например, куб, звезду и центральные точки. Если центром плана эксперимента считать начало координат, то вершины куба дадут двухуровневый полный факторный план с уровнями $-a$ и $+a$. Если число факторов равно k , то куб имеет 2^k вершин с координатами $\pm a, \pm a, \dots, \pm a$. Звезда имеет $2k$ точек $(\pm b, 0, \dots, 0), (0, \pm b, \dots, 0), (0, \dots, 0, \pm b)$. Центральные точки представляют собой n просчетов в центре плана. Ротатабельные планы в отличие от факторных можно применять лишь в случае количественных факторов, подробное обсуждение этих планов можно найти в книге (Cochran, Cox, 1957).

¹⁹ Планы построения поверхности реакции состоят в построении такой функции, которая достаточно хорошо аппроксимирует истинную поверхность реакции. Тип плана эксперимента в этом случае зависит от степени выбранного аппроксимирующего полинома. В качестве аппроксимации чаще всего берут функцию линейную относительно факторов. Единственное объяснение такого способа – простота методов линейной регрессии. Такое приближение можно рассматривать, как грубую функцию аппроксимации истинной функции реакции. Если окажется, что полином первой степени плохо аппроксимирует реакцию в исследуемых диапазонах изменений факторов, план можно расширить, и построить полином второй степени. Описанный прием называют методом поверхности реакции. Методы поверхности реакции обсуждаются в работе (Davies, 1960).

²⁰ Если цель эксперимента – найти уровни переменных, оптимизирующих реакцию, применяются различные методы оптимизации. Существует обширная литература по методам поиска экстремума при планировании эксперимента, укажем (Хикс, 1967). (Брайсон, Хо Ю-ши, 1972), (Григорьев, 1983), (Ермаков, Жиглявский, 1980) Отметим здесь два часто используемых метода. Одним из них является метод наискорейшего спуска (или подъема, в случае максимизации). В качестве начальной точки при использовании этого метода берется некоторая точка плана в пространстве факторов. На первом шаге строится линейная аппроксимирующая гиперплоскость. Поскольку поверхность реакции неизвестна, для оценки коэффициентов аппроксимирующей гиперплоскости необходимо исследовать окрестность начальной точки. Аппроксимирующий линейный полином чаще всего строят методом наименьших квадратов, используя неполные факторные или ротатабельные планы. На следующем шаге поверхность реакции исследуется вдоль направления наискорейшего спуска, определяемого аппроксимирующей гиперплоскостью. Экспериментальные точки вдоль этого направления выбираются до тех пор, пока не будет найдена точка, похожая на точку минимума. В окрестности этой точки снова производится локальное исследование поверхности реакции, в результате чего, возможно, будет найдено новое направление наискорейшего спуска.

²¹ После нескольких итераций скорее всего попадем в точку, в которой локальная аппроксимирующая гиперплоскость почти горизонтальна и, таким образом, не дает направления наискорейшего спуска. Это означает, что попали в

нижнюю точку оврага, либо в окрестности этой точки аппроксимирующая гиперплоскость непригодна для описания реакции. Кроме того, может оказаться, что мы попали в седловую точку, в которой достигается минимум по одному направлению и максимум по другому направлению. Поэтому на последнем шаге надо более тщательно изучить окрестность точки, подозрительной на минимум, аппроксимируя поверхность реакции полиномом второй степени. Для этого можно применить ротатабельный план второго порядка или трехуровневые неполные факторные планы. Если аппроксимирующая квадратичная форма положительно определена, то можно считать, что достигли минимума поверхности реакции. На практике использования данного метода всегда возникает вопрос, как выбрать длину шага в направлении наискорейшего спуска. Однозначного ответа на этот вопрос нет. Надо разумно балансировать затраты машинного времени и риск сделать слишком большой шаг и пропустить точку минимума поверхности реакции. Если длина шага мала, то нахождение экстремума, займет слишком много машинного времени, большой шаг снизит затраты на вычисления, но увеличит вероятность пропустить экстремум.

²² Другой часто используемый метод поиска экстремума – метод покоординатного спуска. В этом методе производится спуск по одному фактору, при фиксированных других. Процедура состоит в том, что после отыскания минимума по этому направлению фактор фиксируется на своем лучшем уровне, а спуск проводится уже по другому фактору. По окончании спуска по всем факторам эксперимента начинается новый цикл спуска по первому фактору. Процесс заканчивается, когда изменение уровня любого фактора не приводит к уменьшению значения реакции.

²³ По сравнению с методом наискорейшего спуска метод покоординатного спуска имеет два преимущества. Во-первых, этот метод на промежуточных стадиях процесса не требует локального исследования поверхности реакции. Поскольку планы локального исследования содержат много точек, метод покоординатного спуска может дать существенную экономию. Второе его достоинство проявляется в том, что гораздо легче менять значение одного фактора, а не многих одновременно. Это может оказаться существенным, особенно когда эксперимент проводится в режиме человеко-машинного диалога, т.к. человеку бывает трудно одновременно следить за изменением многих величин. По мнению психологов хорошо поддается отслеживанию 2-х факторов, при 4-х и более факторах экспериментатор начинает испытывать трудности.

²⁴ В тоже время метод покоординатного спуска имеет по сравнению с методом наискорейшего спуска один существенный недостаток. Т.к. спуск может производиться только в направлениях параллельных осям координат, поэтому в случае оврага непараллельного ни одной из осей, поиск может остановиться далеко от точки минимума. Чтобы преодолеть эту трудность, окрестность точки подозрительной на минимум, надо исследовать методом построения поверхности реакции. Эта работа достаточна трудоемкая. Например, можно провести эксперимент по ротатабельному плану второго порядка с центром в предполагаемой точке минимума и по результатам эксперимента построить полином второй степени. На последнем шаге квадратичную форму надо привести к каноническому виду, чтобы проверить, достигает ли исследуемая точка

минимума и насколько чувствительна поверхность реакции к отклонению от этой точки в различных направлениях.

²⁵ При обсуждении планов экспериментов с целью оптимизации системы выше были описаны два метода поиска экстремума. Возникает вопрос. При каких условиях эти методы позволяют найти глобальный оптимум? На сколько быстро сходятся эти методы? Но несмотря на недостатки и возникающие трудности при применении этих методов, они наиболее часто используются на практике.

²⁶ Задача усложняется, когда поверхность реакции является многокомпонентной функцией. В экспериментах с имитационными моделями социально-экономических систем в основном встречается такой случай. Один из способов решения этой проблемы – построение поверхности реакции с использованием функций полезности. Это возможно, когда реакциям (вариантам) имитационного эксперимента можно приписать веса, и свести их к общему показателю – полезности. Использование такого метода позволяет, например, на основе экспертных оценок выбирать эксперимент, результат которого приводит к решению с наилучшей выгодой в соответствии с теорией Байеса (Исаева, 2018, 2019). Применение этого метода основывается на знании полученных экспертных оценок (априорных) имеющихся вариантов решений (событий) и возможности их изменения после проведения эксперимента (апостериорные оценки), при этом считается, что каждый вариант решения характеризуется некоторой выгодой. Процесс нахождения решения в этом случае может быть организован в виде определенной последовательности операций на иерархической модели, представляющей собой дерево решений. Решением в этом случае будет маршрут, проложенный по ветвям дерева и приводящий к наилучшей выгоде в соответствии с теорией Байеса. Стремление рассмотреть, как можно больше вариантов, т.е. построить дерево решений, с как можно большим числом ветвей, вступает в противоречие с размерностью задачи, поэтому необходимо перед началом эксперимента построить план, требующий меньшего числа ветвей, но не приводящий к потере информации. Таким образом план эксперимента должен, во-первых, предусмотреть уменьшение числа ветвей дерева решений, а, во-вторых, иметь возможность характеризовать каждый вариант решения некоторой выгодой, фактически построить план поверхности реакции. Для решения первого вопроса предложены (Мангейм, 1970) формализованные алгоритмы правил «усечения» ветвей деревьев, требующие дополнительной информации. В работе (Исаева, 2019) описана схема организации такого процесса в режиме диалога ЛПР с ЭВМ.

²⁷ Для классификации ветвей дерева решений обосновано можно предположить, что каждая ветвь обладает определенной ценностью (выгодой), которую можно определить, как значение функции полезности. Такая функция должна быть построена до начала экспериментов, и представляет самостоятельную задачу. Один из возможных способов нахождения такой функции на основе метода парных сравнений предложен в (Житков, Исаева и др., 2004), (Исаева, 2018).

²⁸ Использование функции полезности имеет существенный недостаток, т.к. приходится исходить, из предположения, что предпочтения ЛПР совпадают с построенной функцией полезности, которая не меряется в течение всего цикла

эксперимента. Работа на модельных тренажерах показала, что ЛПР во время эксперимента иногда перестает следовать критерию, реализованному в функции полезности.

²⁹ В настоящее время автором рассматривается решения этой задачи с привлечением методов распознавания образов, на основе которых в формализованном виде можно представить правило, по которому ЛПР относит результат эксперимента к тому или иному виду («плохой», «хороший»). Выполнить такую классификацию можно на основе алгоритма персептрона. Этот алгоритм дает возможность сформулировать задачу в терминах теории распознавания образов как задачу «обучения классификации объектов с учителем», которая представляет итерационную процедуру нахождения «решающей функции» на векторном пространстве с использованием знаний и опыта ЛПР (Тул, Гонзалес, 1978). По знаку этой функции для любого вектора из этого пространства можно судить, к какому классу он относится. Алгоритм персептрона работает при следующих предположениях:

1. специалист (ЛПР) в состоянии отнести предъявленный для оценки объект (вектор) к одному из двух классов («хороший», «плохой»);
2. решения ЛПР последовательны, т.е. принимая решения об отнесении объекта к одному из классов, он руководствуется стабильным критерием;
3. этот критерий неизвестен и выясняется в процессе анализа решений ЛПР;
4. Классы объектов линейно разделимы, т.е. существует такая линейная функция $d(x)=w_1x_1+w_2x_2+\dots+w_nx_n$, которая принимает положительные значения для векторов одного класса и отрицательные для – другого (n – число экспериментов).

³⁰ Алгоритм персептрона представляет собой схему итеративного определения векторов весов $W (w_1, w_2, \dots, w_n)$, и при сделанных предположениях он сходится за конечное число шагов (экспериментов). Техническая реализация алгоритма не представляет трудностей. Остаются открытыми два вопроса: с какой скоростью алгоритм сходится и каким должно быть множество образов X , на котором происходит обучение (нахождение вектора весов W), чтобы в дальнейшем с большой вероятностью можно было бы классифицировать образы, не представленные первоначально во множестве X ? Однозначного ответа на эти вопросы теория не дает.

³¹ Преимущество этого метода в том, что он не предполагает до начала эксперимента знание критерия предпочтения ЛПР (функцию полезности). И еще одно соображение в пользу этого метода. Пригласить эксперта высокого уровня для настройки работы имитационной системой на длительное время практически невозможно. Однако опыт работы автора с имитационными системами показывает, что, специалисты проявляют интерес к демонстрационным экспериментам и, как правило, они не отказываются принять участие в демонстрации. Даже короткая по времени работа специалиста в режиме человеко-машинного диалога позволяет запомнить его действия, основанные на его знании и опыте, и использовать их в алгоритме персептрона при принятии решения.

³³ Рассмотренные способы планирования экспериментов показывают, с какими проблемами приходится сталкиваться исследователю в практической работе по организации машинных экспериментов: 1) проблема объема выборки, 2) проблема большого числа факторов, 3) проблема многокомпонентной функции реакции, 4) проблема нелинейности, 5) проблема сходимости, 6) проблема оптимизации при наличии ограничений.

³⁴ Решение указанных проблем и достижение цели эксперимента в значительной мере, зависит от мастерства экспериментатора, проявленного им при разработке плана эксперимента. Только большой опыт работы исследователя с практическими задачами на основе машинных экспериментов может помочь в каждом конкретном случае выбрать наиболее подходящий метод планирования эксперимента и реализации его на ЭВМ. Участие человека в выборе эксперимента, оценке его результата, принятии решения по прекращению эксперимента или выбора нового, в некотором смысле является искусством, поскольку опирается в значительной мере на эвристические способности исследователя, включая практический опыт, интеллект и интуицию. «Система человек-машина (ЭВМ) является быстродействующей системой с огромной памятью и богатыми возможностями неформального анализа, свойственного акту творчества. Эта система обладает замечательной способностью следовать причудливым курсом человеческой мысли по дороге эффективно отбраковывать тупики и кривые тропки – неудовлетворительные варианты». (Моисеев, 1975).

Библиография:

1. Брайсон А., Хо Ю-ши. (1972). Прикладная теория оптимального управления. М.: Мир.
2. Григорьев Ю.Д. (1983). Математическая теория планирования эксперимента. М.: Наука.
3. Ермаков С.М., Жиглявский А.А. (1987). Математическая теория оптимального эксперимента. М.: Наука.
4. Житков В.А. Исаева М.К., Царфин Л.В. (2004). Формализованный метод оценки менеджерского искусства. //Экономика и математические методы. Т.40, №2, с.88-98.
5. Исаева М.К. (2018). Байесовский подход к принятию решений на основе экспертных оценок машинных экспериментов. //Вестник ЦЭМИ РАН, №3.
6. Исаева М.К. (2019). Анализ социально-экономических систем и принятие решений на основе машинных экспериментов. //Вестник ЦЭМИ РАН, №2.
7. Мангейм М.Л. (1970). Иерархические структуры. Модель процессов проектирования и планирования. М.: Мир.

8. Моисеев Н.Н. (1975). Предисловие к русскому изданию кн. Нейлор Т. Машинные имитационные эксперименты с моделями экономических систем. М.: Мир.
9. Тул Дж., Гонзалис Р. (1978). Принципы распознавания образов. М.: Мир.
10. Фишер Р.А. (1958). Статистические методы для исследователей. М.: Госстатиздат.
11. Хикс Ч. (1967). Основные принципы планирования эксперимента. М.: Мир.
12. Шеннон Р. (1978). Имитационное моделирование систем – искусство и наука. М., Мир.
13. Cochran W.G., Cox G.M. (1957). Experimental Designs. New York.
14. Davies O.L. (1960). Design and Analysis of Industrial Experiments. New York.
15. Fisher R.A. (1935). The Design of Experiments. Oliver and Roys.

Computer Experimental Designs with Model of Economic Systems

Marta Isaeva

CEMI RAS

Moscow, Nachimovky prospect 47

Abstract

The paper presents the methods of the computer experimental designs: factorial, rotatable, optimum designs and the designs for exploring response surfaces. In a séance these methods are virtue and defect. It also discusses the man-computer experimental designs for the decision making based on Bayesian method. It presents two methods for the estimations of these experiments with the utility function and based the perceptron algorithm of pattern recognition.

Keywords: simulation modeling, computer experiment, experimental design, expert estimations, Bayesian method, utility function, pattern recognition

Date of publication: 22.12.2020

Citation link:

Isaeva M. Computer Experimental Designs with Model of Economic Systems // Herald of CEMI. – 2020. – V. 3. – Issue 3. URL: <https://cemi.jes.su/s265838870012662-1-1/>. DOI: 10.33276/S265838870012662-1