

Synthesized mathematical model (ellis model+MRV model) for planning radiotherapy of tumor formations depending on the scheme of dose fractionation and volume of irradiation

L. Klepper

CEMI RAS

Moscow, Nakhimovky prospect 47

Abstract

In work are described synthesized mathematical model, which allows to calculate NTCP and TCP depending on conditions of fractionations dose.

Keywords list (en): mathematical model, probability calculation, Weibull distribution

Date of publication: 02.07.2019

Citation link:

Klepper L. Synthesized mathematical model (ellis model+MRV model) for planning radiotherapy of tumor formations depending on the scheme of dose fractionation and volume of irradiation // Herald of CEMI. 2019. Issue 1 [Electronic resource]. Access for registered users. URL: <https://cemi.jes.su/s265838870005655-3-1/> (circulation date: 17.02.2020). DOI: 10.33276/S265838870005655-3

1 ВВЕДЕНИЕ

2 Основная цель лучевой терапии (ЛТ) злокачественных опухолей заключается в разрушении опухолевого образования при минимальном повреждении здоровых органов и тканей, окружающих очаг опухолевого заболевания. Эффективное планирование ЛТ злокачественных опухолей тесно связано с оценкой лучевых воздействий на опухоль и на

здоровые органы и ткани организма. Решение этой важной задачи невозможно без разработки математических моделей, которые используются как для расчета дозовых распределения, так и для выбора оптимальных условий облучения, использование которых приведет к разрушению опухолевого образования без серьезных лучевых повреждений в здоровых органах и тканях.

3 МАТЕРИАЛ И МЕТОДЫ

4 *Модель Ellis.*

5 Модель Ellis была предложена в 1969г. [1] и имеет следующий вид:

$$6 \quad D(N,T) = NSD \times N^{k_1} T^{k_2}, \quad (1)$$

7 где $D(N,T)$ – суммарная толерантная доза (ТД) для N равномерных по дозе и по временному интервалу между сеансами облучения, реализованных за T сут; NSD – коэффициент пропорциональности; $k_1 \geq 0$ и $k_2 \geq 0$ – параметры модели. Анализ показал, что модель Ellis тем точнее описывает значения ТД, чем ближе режимы облучения к стандартным режимам фракционирования дозы (ФД). Было установлено, что модель (1) дает приемлемые значения ТД для $N4$ и $4T100$ сут.

8 Заметим, что функция (1), использованная Ellis для описания ТД при различных режимах ФД, хорошо известна в экономике как производственная функция и широко используется в эконометрических исследованиях. Чтобы облегчить использование модели Ellis на практике и ввести в рассмотрение такие важные параметры фракционированного облучения как разовая доза d , количество реализованных сеансов облучения n и временной интервал между сеансами облучения t , были предложены две ее модификации, CRE и TDF.

9 *Модель CRE.*

10 В 1971г. Kirk, Grey, Watson [2] предложили формулу для расчета кумулятивного радиационного эффекта (CRE),

$$11 \quad CRE = \frac{D}{N^{k_1} T^{k_2}} = D \times N^{-k_1} T^{-k_2}. \quad (2)$$

12 Полагая $d=D/N$, $t=T/N$, можно определить значение CRE, соответствующее толерантному уровню облучения

$$13 \quad CRE = d \times N^{1-k_1-k_2} t^{-k_2}. \quad (3)$$

14 Заменяя в (3) N на n и считая параметры n , d , t свободными переменными, получаем окончательный вид модели CRE,

$$15 \quad CRE(n,d,t) = d \times n^{1-k_1-k_2} t^{-k_2}, \quad (4)$$

16 которую можно использовать для оценки различных режимов облучения.

17 Здесь n – число реализованных сеансов облучения, d – разовая доза, t – интервал времени между сеансами облучения. Эта модель была подготовлена для практического применения в клинике Жолкивером К.И. и др. [3].

18 *Модель TDF.*

19 Вместе с моделью CRE широкое распространение получила также модель TDF (Orton, Ellis [4]), основанная на предположении о существовании парциальной толерантности, которая оценивается в частях NSD,

20 $PT(n, N) = NSD \frac{n}{N}. (5)$

21 Здесь N – толерантное число сеансов облучения, n – число реализованных сеансов облучения. В работе [4] было высказано предположение, что если две схемы облучения образуют ряды парциальных толерантностей $PT(n_1, N_1), \dots, PT(n_k, N_k)$ и $PT(n_1^*, N_1^*), \dots, PT(n_r^*, N_r^*)$, и если они приводят к одному и тому же радиобиологическому эффекту, то справедливо равенство

22 $\sum_{i=1}^k PT(n_i, N_i) = \sum_{i=1}^r PT(n_i^*, N_i^*). (6)$

23 Определив N из уравнения Ellis (1), подставим его в (5), и, полагая $d=D/N$, $t=T/N$, получаем:

24 $TDF(n, d, t) = NSD^{1-(1-k_1-k_2)} n d^{1-(1-k_1-k_2)} t^{-k_2/(1-k_1-k_2)}, (7)$

25 $\sum_{i=1}^k PT(n_i, N_i) = \sum_{i=1}^k NSD^{1/(1-k_1-k_2)} n_i d_i^{1-(1-k_1-k_2)} t_i^{-k_2/(1-k_1-k_2)}. (8)$

26 В обеих моделях степень исчерпания толерантности определяется в долях NSD. Изменяемая часть модели не зависит от NSD. Связь между CRE и TDF имеет следующий вид:

27 $CRE(n, d, t) = [NSD^{1-(1-k_1-k_2)} TDF(n, d, t)]^{-k_1-k_2}, (9)$

28 $TDF(n, d, t) = [NSD \times CRE(n, d, t)]^{1/(1-k_1-k_2)}. (10)$

29 Полагая, что справедливо бытующее в настоящее время соотношение между объемами и толерантными дозами,

30 $D_1(V_1)/D_2(V_2) = (V_1/V_2)^{-b}, (11)$

31 где b – параметр модели, модель Ellis с учетом объема облученной ткани может быть записана следующим образом

32 $D(P, V) = NSD(P, 1) N^{k_1} T^{k_2} V^{-b}. (12)$

33 Предположим, что в модели Ellis от вероятности лучевого осложнения ВЛО=P (или ВОЛО=Q=1-P) и объема облученного органа или ткани зависит только NSD.

34 $NSD(Q, V) = NSD(Q, 1) \times V^{-b}, (13)$

35 где NSD(Q, 1) – коэффициент пропорциональности в модели Ellis для ВОЛО=Q и V=1 (относительный объем ткани). Таким образом, для фиксированного значения Q получаем

36 $NSD(Q, V_1)/NSD(Q, V_2) = D(Q, V_1)/D(Q, V_2) = (V_1/V_2)^{-b}. (14)$

37 Соотношение (14) понятно, т.к. NSD(Q, V) по сути дела должна быть равна толерантной дозе (ТД) однократного облучения уровня Q (правда, как показала практика, формула Ellis справедлива только для 4

38 В работе Ellis было установлено, что для кожи и соединительной ткани параметры модели принимают значения $k_1=0,24$; $k_2=0,11$. Методические рекомендации по применению модели (7) в клинической практике были подготовлены коллективом авторов ЦОЛИУ врачей во главе с Фадеевой М.А. [5].

39 **Модель МРВ (модифицированное распределения Вейбулла) для расчета вероятности лучевого осложнения (ВЛО) в органах и тканях при их однородном облучении.** При однородном облучении фиксированного объема здорового органа или ткани V с постоянной разовой дозой d и суммарной дозой D, для описания ВЛО в органах и тканях

мы предложили использовать модифицированное распределение Вейбулла (МРВ) [6],

$$P(D) = 1 - Q(D) = 1 - \exp[-(D/A_1)^{A_2}], \quad Q(D) = \exp[-(D/A_1)^{A_2}], \quad (15)$$

где A_1, A_2 – параметры модели; $Q(D) = 1 - P(D)$ – вероятность отсутствия лучевого осложнения (ВОЛО) в органе или ткани. Модель МРВ позволяет в явном виде выразить дозу, которая приводит к заданному значению ВЛО:

$$D = A_1 [\ln(Q)]^{1/A_2}. \quad (16)$$

Предполагая, что для любого значения $P=1-Q$ выполняется соотношение (11), получаем следующую модификацию модели (15) с учетом объема V облученной ткани [6]:

$$P(D, V) = 1 - Q(D, V) = 1 - \exp[-(DV^b/A_1)^{A_2}], \quad (17)$$

где b параметр модели. Из (17) легко получить различные полезные соотношения, которые связывают между собой три параметра модели, Q , D и V :

$$D(Q, V) = A_1 [\ln(Q)]^{1/A_2} V^{-b}, \quad D(Q, V_1)/D(Q, V_2) = (V_1/V_2)^{-b}. \quad (18)$$

$$D(Q, 1) = D(V)^b = A_1 [\ln(Q)]^{1/A_2}, \quad (19)$$

$$V(Q, D) = [A_1 [\ln(Q)]^{1/A_2} / D(Q, V)]^{1/b}. \quad (20)$$

Опыт применения модели (17) показал, что она с успехом может быть использовано для описания ВЛО в органах и тканях и вероятности локальных излечений (ВЛИ) опухолевых заболеваний в зависимости от условий их облучения [6].

Экспресс–метод расчета ВЛО в ткани при помощи модели МРВ. Из (18) можно получить формулу для оперативного расчета ВОЛО= Q в ткани при изменении объема облучения. Пусть задана функция $Q(D, V_0)$, которая описывает ВОЛО при однородном облучении ткани для фиксированного объема V_0 как функцию от дозы D . Докажем справедливость

Утверждение 1.

ВОЛО для произвольного объема V_1 ткани при облучении ее дозой D можно рассчитать при помощи формулы:

$$Q(D, V_1) = Q(D, V_0)^{(V_1/V_0)^{\Psi}} = Q(D, V_0)^{(V_1/V_0)^{\Psi}}, \quad (21)$$

где $Q(D, V_0)$ – ВОЛО при облучении объема V_0 ткани дозой D ; $\Psi = b \times A_2$ – параметр.

Доказательство. Действительно, ВОЛО для объемов V_0 и V_1 ткани при облучении ее дозой D будут равны:

$$Q(D, V_0) = \exp[-(DV_0^b/A_1)^{A_2}], \quad Q(D, V_1) = \exp[-(DV_1^b/A_1)^{A_2}]. \quad (22)$$

Отношение логарифмов значений Q из (22) будет равно

$$\frac{\ln(Q(D, V_1))}{\ln(Q(D, V_0))} = \left(\frac{V_1}{V_0}\right)^{\Psi} = \left(\frac{V_1}{V_0}\right)^{\Psi}, \quad (23)$$

Из (22) и (23) получаем

$$\ln(Q(D, V_1)) = (V_1/V_0)^{\Psi} \times \ln(Q(D, V_0)), \quad (24)$$

$$Q(D, V_1) = Q(D, V_0)^{(V_1/V_0)^{\Psi}}. \quad (25)$$

62 **Утверждение доказано.**

63 Таким образом, если построена зависимость $Q(D, V_0)$ от D для фиксированного объема V_0 и известен параметр $\Psi = b \times A_2$, рассчитать ВОЛО для любого другого объема облучения этой же ткани можно по формуле (25). Параметр Ψ можно рассчитать, если известны значения ВОЛО для двух режимов облучения с одинаковой дозой и разными объемами при помощи формулы (24),

$$64 \quad \Psi = \ln \left[\frac{\ln(Q(D, V_1))}{\ln(Q(D, V_0))} \right] / \ln \left(\frac{V_1}{V_0} \right). \quad (26)$$

65 **Пример 1.** В качестве примера рассмотрим расчет ВОЛО как функцию от объема облученного сердца. В работе [7] мы показали, что для сердца

$$66 \quad Q(D, V) = \exp \left[- (DV^{0.47} / 357.3)^{4.5} \right]. \quad (27)$$

67 $\Psi = b \times A_2 = 0.47 \times 14.5 = 6.815$. При $V=30\%$ облученного сердца дозой 60 Гр ВОЛО= $Q(60, 30)=93.45\%$, ВЛО= $P=6.55\%$. Предположим, что объем облученного сердца увеличен на 10%, т.е. $V_1=40\%$, а доза осталась неизменной. Воспользовавшись формулой (25), получаем

$$68 \quad Q(60, 40) = Q(60, 30)^{\left(\frac{40}{30}\right)^{6.815}} = 0.9345^{7.103} = 0.618. \quad (28)$$

69 Таким образом, при увеличении объема облученного сердца на 10% значение ВЛО увеличивается с 6,55% до 30,82%. Непосредственное вычисление $Q(60, 40)$ по формуле (27), как и следует ожидать, приводит также к 0,618. Ясно, что предлагаемый формализм необходимо использовать в тех случаях, когда функция $Q(D, V)$ задана в виде математической формулы (или построена графически) и только для одного фиксированного значения V .

70 **Утверждение 2.**

71 Пусть функция $Q(D_0, V)$ описывает ВОЛО при однородном облучении ткани для фиксированной дозы D_0 как функцию от объема облучения V . Тогда рассчитать ВОЛО для произвольной дозы D_1 при облучении объема V ткани можно при помощи формулы:

$$72 \quad Q(D_1, V) = Q(D_0, V)^{(D_1 / D_0)^\Psi}, \quad (29)$$

$$73 \quad \Psi = b \times A_2. \quad (30)$$

74 **Доказательство.** Действительно, ВОЛО при облучении ткани дозой D_0 и D_1 равны:

$$75 \quad Q(D, V_0) = \exp \left[- (D_0 V^b / A_1)^{A_2} \right], \quad Q(D, V_1) = \exp \left[- (D_1 V^b / A_1)^{A_2} \right]. \quad (31)$$

76 Отношение логарифмов (31) дает

$$77 \quad \frac{\ln(Q(D_1, V))}{\ln(Q(D_0, V))} = \left(\frac{D_1}{D_0} \right)^{b \times A_2} = \left(\frac{D_1}{D_0} \right)^\Psi. \quad (32)$$

78 Из (32) получаем:

$$79 \quad Q(D_1, V) = Q(D_0, V)^{(D_1 / D_0)^\Psi}. \quad (33)$$

80 **Утверждение доказано.**

81 **Пример 2.** В качестве примера рассмотрим расчет ВОЛО как функцию от дозы облученного сердца. Как и в примере 1, ВОЛО в сердце как функция от объема и дозы описывается формулой (27). Значение $\Psi = b \times A_2 = 6.815$. При $V=30\%$ облученного сердца дозой 60

Гр ВОЛО= $Q(60,30)=93,45\%$. ВЛО= $P=6,55\%$. Если дозу облученного сердца увеличить на 10 Гр, т.е. $D_1=70$ Гр, а объем облучения оставить неизменным, значение ВОЛО, рассчитанное при помощи формулы (33), будет:

$$82 \quad Q(70,30) = Q(60,30)^{\left(\frac{70}{60}\right)^{6,812}} = 0,9345^{2,859} = 0,824. \quad (34)$$

83 При увеличении дозы на 10 Гр значение ВОЛО уменьшилось с 0,9345 (93,45%) до 0,824 (82,4%), а ВЛО возросло с 6,55% до 17,6%. Непосредственное вычисление $Q(70,40)$ по формуле (27) дает то же самое значение 0,824. Предлагаемый метод удобно использовать в тех случаях, когда функция $Q(D,V)$ задана в виде формулы (или построена графически) или задана только для одного фиксированного значения D .

84 В работе [13] мы показали, что параметр $\Psi = b \times A_1$ может служить мерой связанности клеток в тканевую систему.

85 ПОЛУЧЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

86 *Синтезированная модель (модель Ellis+модель МРВ).*

87 Опишем синтез математической модели Ellis и модели МРВ (СМ модель). Такая модель может быть очень полезной при планировании ЛТ, т.к. позволяет, в отличие от других моделей, учитывать число фракций облучения и интервалы времени между сеансами облучения. Пусть модель Ellis и модель МРВ описывают ТД уровня ВОЛО= Q для одной и той же ткани, одного и того же объема V , при фиксированной схеме ФД= (N,T) .

88 *Предположение 1.*

89 В модели Ellis,

$$90 \quad D(Q,N,T,V) = NSD(Q,1)N^k T^k V^{-b}, \quad (35)$$

91 от ВОЛО= Q зависит только NSD, а в модели МРВ

$$92 \quad Q(D,N,T,V) = 1 - P(D,N,T,V) = \exp\left[-(DV^b / A_1(N,T))^k\right], \quad (36)$$

93 от режима ФД= (N,T) зависит только параметр A_1 .

94 Поскольку мы считаем, что модель Ellis и модель МРВ описывают одно и то же значение ТД уровня $Q=1-P$, при одной и той же схеме ФД и объеме облученной ткани, они должны быть равными, т.е.

$$95 \quad D(Q,N,T,V) = A_1(N,T) |\ln(Q)|^{1/A_1} V^{-b} = NSD(Q,1)N^k T^k V^{-b}, \quad (37)$$

$$96 \quad A_1(N,T) |\ln(Q)|^{1/A_1} = NSD(Q,1)N^k T^k. \quad (38)$$

97 Перепишем (38) следующим образом

$$98 \quad A_1(N,T) = \frac{NSD(Q,1)}{|\ln(Q)|^{1/A_1}} N^k T^k. \quad (39)$$

99 Поскольку параметр A_1 не зависит от Q (по построению модели МРВ), необходимо предположить, что выполняются следующие

100 *Предположения 2.*

101 Синтез модели Ellis и модели МРВ возможен, если:

1. Параметры A_1 и A_2 не зависят от Q (это условие очевидно).

2. Параметр A_1 зависит от схемы ФД, $A_1 = A_1(N, T)$, а параметр A_2 – не зависит.
3. Выполняется синтезирующее условие, которое следует из предположения

102 2. Синтезирующий модели параметр K^1 определяется следующим образом:

$$103 \quad K^1 = \frac{A_1}{N^{k_1} T^{k_2}} = \frac{NSD(Q, 1)}{|\ln(Q)|^{1-k_4}} = const \quad . (40)$$

104 Мы считаем, что K^1 является постоянным числом, радиологической константой (инвариантом) для рассматриваемой ткани. Оно не зависит от Q и схемы ФД и имеет размерность такую же, как и NSD. Из (40) следует линейная зависимость приведенного к единичному объему параметра NSD(Q,1) в модели Ellis от $|\ln(Q)|^{1-k_4}$,

$$105 \quad NSD(Q, 1) = K^1 |\ln(Q)|^{1-k_4} \quad . (41)$$

106 Она может быть использована для проверки предположения 2. Кроме того, из (40) следует зависимость A_1 от схемы ФД – (N, T),

$$107 \quad A_1(N, T) = K^1 N^{k_1} T^{k_2} \quad . (42)$$

108 Если бы модель Ellis «работала» для N=1 и T=1, мы могли бы написать $A_1(1,1) = K^1$, **т.е. синтезирующий параметр K^1 численно равен параметру A_1 в модели МРВ.**

109 СМ модель, которая “работает” для произвольного значения Q, с учетом (41) может быть записана следующим образом:

$$110 \quad D(Q, N, T, V) = K^1 |\ln(Q)|^{1-k_4} N^{k_1} T^{k_2} V^{-b} \quad . (43)$$

111 Из (41) получаем формулу для расчета NSD в зависимости от Q и V,

$$112 \quad NSD(Q, V) = K^1 |\ln(Q)|^{1-k_4} V^{-b} \quad . (44)$$

113 Уравнения (40) и (41) могут быть использованы для определения параметров K^1, b, A_2 .

114 СМ модель, которая описывает ВОЛО в ткани для произвольного режима ФД, принимает следующий вид:

$$115 \quad Q(D, N, T, V) = \exp\left[-\left(\frac{DV^b}{A_1}\right)^{k_4}\right] = \exp\left[-\left(\frac{DV^b}{K^1 N^{k_1} T^{k_2}}\right)^{k_4}\right] = \\ = \exp\left[-\left|\frac{NSD \times CRE(1)}{K^1}\right|^{k_4}\right] = \exp\left[-\left|\frac{[NSD \times IDF(1)]^{k_4}}{K^1}\right|\right] \quad , (45)$$

116 где $k_4 = 1 - k_1 - k_2$. Параметр модели A_1 зависит от режима облучения.

117 Параметры A_2 и b – не зависят. Они могут быть определены для произвольного фиксированного режима облучения, при котором определяется A_1 . Затем можно определить K^1, k_1, k_2 . Когда параметры модели Ellis (k_1, k_2) известны, можно привести все клинические наблюдения к одному и тому же стандартному режиму ФД, на множестве которых затем можно определить параметры СМ модели, и которые позволят рассчитать ВЛО в ткани [6,7]. Возможны также случаи, когда известными являются параметры модели МРВ, A_1 и A_2 , для некоторого фиксированного режима ФД, и параметры модели Ellis для фиксированного значения Q. В этом случае построение СМ модели сводится к определению значения синтезирующего параметра K^1 из уравнения:

118 $A_1(N,T) = K^1 N^{k_1} T^{k_2}. \quad (46)$

119 **Пример 3.** Пусть для некоторого органа или ткани известны параметры модели Ellis (k_1, k_2, b), режим ФД=(N,T), и задан план облучения (D,V). Необходимо при помощи СМ модели определить ВОЛО (ВЛО) в ткани. Решение будет состоять из следующих действий:

- из (45) следует определить NSD(Q,V) для любого режима облучения (N,T);
- определить предельную (толерантную) дозу D уровня Q и по формулам, которые приводятся ниже, рассчитать ВОЛО=Q.

120
$$\begin{aligned} Q(D,N,T,V) &= \exp\left[-\left(\frac{DV^b}{A_1}\right)^{A_2}\right] = \exp\left[-\left(\frac{DV^b}{K^1 N^{k_1} T^{k_2}}\right)^{A_2}\right] = \\ &= \exp\left[-\left(\frac{NSD(Q,1) N^{k_1} T^{k_2}}{K^1 N^{k_1} T^{k_2}}\right)^{A_2}\right] = \exp\left[-\left[\frac{NSD(Q,1)}{K^1}\right]^{A_2}\right] = \\ &= \exp\{-\ln(Q)\} = Q(D,N,T,V). \end{aligned} \quad (47)$$

121 Можно строго показать, что с ростом N или T, или и N и T, график, описывающий зависимость Q (или P) от D, смещается вправо вдоль оси абсцисс, а с ростом параметра A_1 график зависимости ВЛО (или ВОЛО) от дозы становится более пологим. Кроме того, с ростом V график, описывающий зависимость Q (или P) от D смещается к оси ординат и график становится менее пологим.

122 В табл. 1 приводятся параметры СМ моделей A_1, A_2, b для стандартных режимов ФД. Параметры модели Ellis были определены либо в результате обработки клинических данных, либо, как в случае сердца, печени и кишечника, были взяты такими же, как и для кожи (соединительной ткани) в работе Ellis. Работы, из которых взяты параметры k_1 и k_2 приводятся в правом крайнем столбце табл. 3.1. Значения параметра V соответствуют относительным объемам облученных тканей (для кожи V является площадью и измеряется в $см^2$ (относительная площадь, равная 1 соответствует 100 $см^2$ облученной кожи).

123 **Таблица 1** *Параметры СМ модели (модель Ellis+модель МРВ) для различных здоровых органов и тканей организма*

Орган или Ткань	Параметры		Из работы			
	A_1	b	A_2	k_1	k_2	K^1
Кожа	162,1	0,175	10,80	0,24	0,11	47,8 [8]
Легкие	216,2	0,464	6,08	0,377	0,058	160,7 [9]
	848,9	0,718	3,39	0,377	0,058	120,1 [9]
Сердце	392,6	0,476	14,44	0,24	0,11	115,7 [10]
Головной мозг	111,4	0,104	18,00	0,56	0,03	14,8 [11]
Печень	260,8	0,412	9,61	0,24	0,11	79,9 [8]
Кишечник	91,0	0,098	11,05	0,29	0,08	25,3 [11]
Почки	131,8	0,324	7,81	0,25	0,19	27,9 [11]
Желудок	409,5	0,431	13,56	0,24	0,11	120,6 [8]
Спинной мозг	74,8	0,076	12,98	0,24	0,11	22,0 [8]
Эпидермоидный Рак (ЭРК)	9,63	0,076	1,00	0,25	0,04	0,104 [12]

124 На рис. 1 приводятся 4 графика зависимости ВЛО на коже площадью 100 $см^2$, (относительное значение площади равно 1), в зависимости от схемы фракционирования дозы: график 1, (N=T=4); график 2, (N=T=10); график 3, (N=T=20); график 4, (N=T=30).

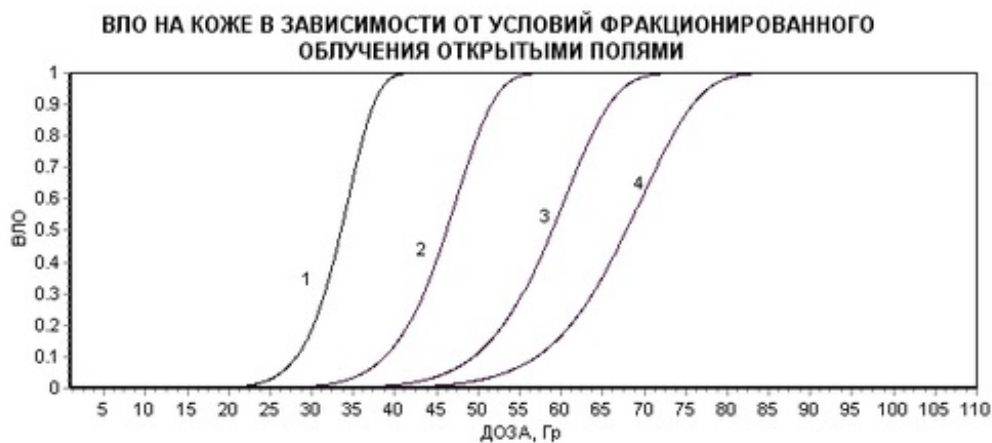


Рис. 1. ВЛО на коже в зависимости от дозы при разных схемах фракционирования дозы.

126 На рис. 2 приводятся графики зависимости ВЛИ эпидермоидного рака кожи (ЭРК) площадью 100 , (относительное значение площади равно 1), в зависимости от схемы фракционирования дозы: график 1, (N=T=4); график 2, (N=T=10); график 3, (N=T=20); график 4, (N=T=30).

127

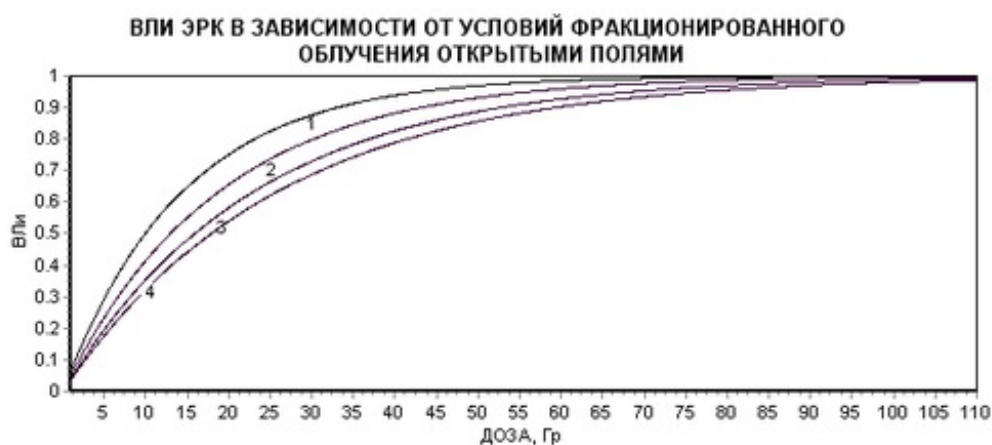


Рис. 2. ВЛИ ЭРК в зависимости от дозы при разных схемах фракционирования дозы.

128

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

129 Построена СМ модель для расчета ВЛО в здоровых органах и тканях организма и ВЛИ опухолевых образований в зависимости от объема и схемы фракционирования дозы. Приводятся СМ модели для кожи и для эпидермоидного рака кожи (ЭРК). Обе модели могут быть использованы для определения допустимых и оптимальных условий облучения опухолевых образований.

References:

1. Ellis F. Doze, time and fractionation: a clinical hypothesis. // Clin. Radiol., 1969, V 2, P. 1-7.
2. Kirk J., Gray W., Watson E. Cumulative radiation effect. Part 1. Fractionated treatment regimes. // Clin. Radiol., 1971, № 22, P. 145-155.
3. Zholkiver K.I., Zevrieva I.F., Dosakhanov A.Kh. Kolichestvennaya otsenka biologicheskogo ehffekta radiatsii v normal'nykh tkanyakh pri luchevoj terapii zlokachestvennykh novoobrazovaniy. (Metodicheskie rekomendatsii), Alma-Ata., MZ Kaz. SSR, 1983.
4. Orton C., Ellis F. A simplification in the use of the NSD concept in practical radiotherapy. // Brit.J.Radiol., 1973, V. 46, № 457, P. 529-537.
5. Faktory vremya-doza-fraktsionirovanie i ikh ispol'zovanie v luchevoj terapii zlokachestvennykh opukholej (metodicheskie rekomendatsii). Fadeeva M.A., Kostromina K.N., Datsenko V.S., i dr. M.: MZ SSSR, TsOLIU vrachej, 1987.
6. Klepper L.Ya. Formirovanie dozovykh polej distantsionnymi istochnikami izlucheniya. M.: Ehnergoatomizdat, 1986.
7. Klepper L.Ya. Metody matematicheskogo modelirovaniya i optimizatsii planirovaniya luchevoj terapii zlokachestvennykh opukholej. M.: 2017, TsEhMI RAN, 176s.
8. Klepper L.Ya. Sintez radiologicheskikh modelej i radiologicheskie invarianty. Chast' pervaya. // Meditsinskaya tekhnika, 2005, № 3. S. 27-32.
9. Kholin V.V. Radiobiologicheskie osnovy luchevoj terapii zlokachestvennykh opukholej. L.: Meditsina, 1979.
10. Klepper L.Ya. Sintez radiologicheskikh modelej i radiologicheskie konstanty. Chast' vtoraya. // Meditsinskaya tekhnika, 2006, № 3, S. 23-27.
11. Klepper L.Ya. Matematicheskie modeli dlya opisaniya veroyatnosti lokal'nogo izlecheniya ploskokletochnogo raka gortani v zavisimosti ot ob'ema opukholi i summarnoj dozy. // Meditsinskaya fizika, 2009, №4(44), C. 21-29.
12. Qi X.S., White J., Li X.A. Is ?? for breast cancer really low? // Radiotherapy and Oncology. 2011. 100, R. 282-288.
13. Klepper L.Ya. Neodnorodnye dozovye raspredeleniya i planirovanie luchevoj terapii zlokachestvennykh opukholej. M.: 2018, TsEhMI RAN, 151s.

Синтезированная математическая модель (модель ellis+модель мрв) для планирования лучевой терапии опухолевых образований в зависимости от схемы фракционирования дозы и объема облучения

Клеппер Л. Я.

*Центральный экономико-математический институт РАН
Москва, Нахимовский проспект, 47*

Аннотация

В работе описываются синтезированная математическая модель, которая позволяет рассчитывать вероятности лучевых осложнений в органах и тканях и вероятности локальных излечений опухолевых заболеваний в зависимости от условий их фракционированного облучения.

Ключевые слова: математическая модель, расчет вероятности, распределение Вейбулла

Дата публикации: 02.07.2019

Ссылка для цитирования:

Клеппер Л. Я. Синтезированная математическая модель (модель ellis+модель мрв) для планирования лучевой терапии опухолевых образований в зависимости от схемы фракционирования дозы и объема облучения // Вестник ЦЭМИ РАН. 2019. Выпуск 1 [Электронный ресурс]. Доступ для зарегистрированных пользователей. URL: <https://cemi.jes.su/s265838870005655-3-1/> (дата обращения: 17.02.2020). DOI: 10.33276/S265838870005655-3