



**Herald of CEMI. 2013-2020**  
ISSN 2658--3887  
4 URL - <http://cemi.jes.su>  
2018 All right reserved  
Issue 4 Volume . 2018

ISSN 2658-3887  
Свидетельство о регистрации СМИ  
Эл № 77-73557 от 05 октября 2018 г.

## Long-term planning models and border crossing problem

**V. Malinovskii**

*CEMI RAS*

*Moscow, Nakhimovky prospect 47*

### Abstract

Economic models of long-term planning are widely used for scientific substantiation of methods of regulating the solvency of insurance and a number of financial markets and for optimizing the business of individual companies in a competitive environment. The mathematical basis of such models are probabilistic models of crossing the border by a complex recovery process. The well-known normal and diffusion approximation of the distribution of the moment of the first crossing of the boundary have a number of disadvantages, which primarily include restrictive technical assumptions. We propose a new approximation in this problem using the inverse Gaussian distribution and allowing to combine direct numerical methods with analytical results obtained under very General technical assumptions.

**Keywords list (en):** regulation of solvency; the challenge of crossing borders; the complex processes of recovery; simulation; analytical approximation

**Date of publication:** 11.03.2019

### Citation link:

Malinovskii V. Long-term planning models and border crossing problem // Herald of CEMI. 2018. Issue 4 [Electronic resource]. Access for registered users. URL:

<https://cemi.jes.su/s265838870000195-7-1/> (circulation date: 17.02.2020). DOI: 10.33276/S0000195-7-1

1 **Введение: цели и задачи**

2 Многолетняя интегральная модель страхового планирования важна для выработки

количественных рекомендаций как для регулирования всего рынка на разных этапах его развития, так и для управления отдельными компаниями. Эти рекомендации значительно различаются в зависимости от состояния рынка, на разных фазах страхового цикла. Ключевыми в интегральной модели являются однолетние модели вероятностного механизма страхования. Они тесно связаны с классической проблемой пересечения уровня сложным процессом восстановления, широко изучавшейся в литературе и являющейся фундаментальной во многих областях прикладной теории вероятностей. В теории риска распределение времени первого пересечения уровня известно под названием вероятности разорения в течение конечного времени.

3 Результаты для вероятности разорения в виде явных формул (см., например, (García, 2005)), а также хорошо известные нормальные и диффузионные аппроксимации (см., например, (Asmussen, 1984), (Asmussen, Albrecher, 2010)), справедливы при очень ограничительных условиях. Мы рассматриваем новый, называемый обратным гауссовским, тип приближений для распределения момента первого пересечения уровня сложным процессом восстановления. Приближения такого типа получены с помощью нового метода, который хорошо работает при значительно менее ограничительных условиях. Мы демонстрируем его новизну и преимущества, а также его полезность для численных расчетов, проводя сравнения с результатами имитационного моделирования, часто используемого на практике.

#### 4 **Многолетняя интегральная модель и частные модели**

5 Для значительного, сравнимого с одной или с несколькими волнами страхового цикла, периода времени под многолетней интегральной моделью страхового процесса в (Malinovskii, 2013) понимается ряд различных для разных фаз цикла частных моделей, возникающих друг из друга под воздействием как экзогенных, так и преимущественно эндогенных факторов. Выбирая эти факторы, мы рассматриваем страховой цикл, возникающий в условиях конкуренции, с позиций теории рефлексивности. В частности, мы учитываем неизбежные в долгосрочной перспективе ошибки в управлении бизнесом таких его заинтересованных участников, как менеджеры, клиенты, инвесторы, регуляторы и прочие лица, формирующие отношения на рынке; конкурентный рынок рассматривается как сложная рефлексивная и адаптивная система.

6 Частные модели для разных фаз цикла, составляющие интегральную модель, выбираются в зависимости от особенностей этих фаз и от приоритетов рассматриваемых компаний. Так, в (Malinovskii, 2015) исследуется рациональная ценовая политика компании, ищущей прибыль и ведущей свою деятельность, когда страховой цикл находится в верхней фазе. Помимо прибыльности рынка, это означает, что будущие годовые цены рынка, т.е., глобальные ориентиры цен, хорошо прогнозируемы. Важным фактором в этой ситуации является миграция клиентов, желающих получить те же услуги по более низкой цене. В (Malinovskii, 2015) исследуется ценообразование, максимизирующее внутреннюю стоимость страховщика, определяющую его привлекательность для инвесторов, при условии, что уровень платежеспособности компании фиксирован, как это обычно требуют надзорные органы. Основным инструментом в этом исследовании являются выписанные в терминах элементарных функций ограничения на начальный капитал в однолетней модели Лундберга с миграцией, обеспечивающий неразорение с заданной вероятностью в течение года.

7 В (Malinovskii, 2015a) моделируется ценовая политика компании, ищущей прибыль на регулируемом конкурентном рынке в той фазе цикла, когда будущие годовые цены рынка становятся плохо прогнозируемым; это происходит, когда все больше и больше конкурирующих компаний снижают индивидуальные цены, стремясь добиться индивидуального успеха по привлечению новых клиентов. Рост неопределенности в ценообразовании усугубляет случайность, связанную со страховыми выплатами. В

(Malinovskii, 2015a) исследуется стратегия страховщика, приоритет которого по-прежнему состоит в получении прибыли и в сохранении стабильности своего портфеля при соблюдении обязательных требований к платежеспособности. В частности, это связано с желанием сохранить привлекательность бизнеса для инвесторов.

8 В (Malinovskii, 2016) моделируется ценовая политика компании, стремящейся к росту на регулируемом конкурентном рынке. Если он прибыльный, то агрессивное снижение цен увеличивает как долю рынка, так и доходы компании за счет иммиграции новых клиентов. Но рост выручки может быть медленнее, чем рост резервов, необходимых для поддержания годовых вероятностей разорения на заданном регулятором уровне. Это может привести к исчерпанию средств, выделяемых на стратегический рост компании, и чревато неспособностью удовлетворить законные требования к платежеспособности.

## 9 **Капитал неразорения**

10 Наряду с вероятностью разорения, измеряемой в безразмерных единицах, в (Malinovskii, 2013)–(Malinovskii, 2016) предложено использовать капитал, обеспечивающий неразорение с заданной вероятностью; такой капитал, измеряемый в денежных единицах, является важной характеристикой годовой платежеспособности компании. Математически, он определяется как решение обратной задачи о пересечении границы сложным процессом восстановления, описывающим процесс рискового резерва. В (Malinovskii, Kosova, 2014) капитал неразорения как функция премиальной интенсивности рассматривается методами имитационного моделирования; проведенные в (Malinovskii, Kosova, 2014) численные расчеты позволяют предполагать, что выводы, сделанные аналитическими методами в предположении, что сложный процесс восстановления образован экспоненциальными случайными величинами, остаются верными и при значительно более широких предположениях.

## 11 **Приближения для распределения момента пересечения границы**

12 Вероятностной основой для обоснования высказанного в (Malinovskii, Kosova, 2014) предположения является исследование распределения времени первого пересечения уровня сложным процессом восстановления общего вида. При весьма широких предположениях о распределении входящих в его определение случайных величин с помощью нового аналитического подхода в (Malinovskii, 2017), (Malinovskii, 2017a) получен ряд новых приближений, названных обратными гауссовскими; сравнение их с предшествующими результатами содержится в (Malinovskii, 2018). Примечательно, что такие приближения требуют выполнения условий, подобных тем, которые обычно возникают в обычной локальной центральной предельной теореме. В (Malinovskii, 2017) и (Malinovskii, 2017a) содержатся основные доказательства. В (Malinovskii, Malinovskii, 2017) обратное гауссовское приближение сравнивается численно с точными результатами и с результатами имитационного моделирования.

---

## **References:**

1. Asmussen, S. (1984) Approximations for the probability of ruin within finite time. *Scandinavian Actuarial Journal*, 1984, 31Ts57; *ibid.* 1985, 57.
2. Asmussen, S., Albrecher, H. (2010) *Ruin Probabilities*. World Scientific.
3. Garcia, J.M.A. (2005) Explicit solutions for survival probabilities in a finite time horizon. *ASTIN Bulletin*, 35 (1), 113Ts130.

4. Malinovskii, V.K. (2013) Reflexivity in competition-originated underwriting cycles, *Journal of Risk and Insurance*, 81 (4), 883Ts905.
5. Malinovskii, V.K. (2015) On rational pricing for a profit-seeking insurer in the year of hard market, *Insurance: Mathematics and Economics*, 62, 107Ts117.
6. Malinovskii, V.K. (2015a) Business planning for a profit-seeking insurer under deficiency of information, *Insurance: Mathematics and Economics*, 62, 215Ts226.
7. Malinovskii, V.K. (2016) How an aggressively expanding insurance company becomes insolvent, *Scand. Actuar. J.*, 2016 (8), 1Ts19.
8. Malinovskii, V.K. Kosova, K.O. (2014) Simulation analysis of ruin capital in Sparre AndersenTs model of risk, *Insurance: Mathematics and Economics*, 59, 184Ts193.
9. Malinovskii, V.K. (2017) On the time of first level crossing and inverse Gaussian distribution, <https://arxiv.org/pdf/1708.08665.pdf>
10. Malinovskii, V.K. (2017a) Generalized inverse Gaussian distributions and the time of first level crossing, <https://arxiv.org/pdf/1708.08671.pdf>
11. Malinovskii, V.K., Malinovskii, K.V. (2017) On approximations for the distribution of first level crossing time, <https://arxiv.org/pdf/1708.08678.pdf>
12. Malinovskii, V.K. (2018) On approximations for the distribution of the time of first level crossing, <https://arxiv.org/pdf/1803.09801.pdf>

# Модели долговременного планирования и задача о пересечении границ

**Малиновский В. К.**

*Центральный экономико-математический институт РАН  
Москва, Нахимовский проспект, 47*

## **Аннотация**

Экономические модели долговременного планирования широко применяются для научного обоснования методов регулирования платежеспособности страхового и ряда финансовых рынков и для оптимизации бизнеса отдельных компаний в условиях конкуренции. Математической основой таких моделей являются вероятностные модели пересечения границы сложным процессом восстановления. Хорошо известные нормальная и диффузионная аппроксимации распределения момента первого пересечения границы имеют ряд недостатков, к которым в первую очередь относятся ограничительные технические предположения. Предлагается новая аппроксимация в этой задаче, использующая обратное гауссовское распределение и позволяющая сочетать прямые численные методы расчетов с аналитическими результатами, полученными при весьма общих технических предположениях.

**Ключевые слова:** регулирование платежеспособности; задача о пересечении границ; сложные процессы восстановления; имитационное моделирование; аналитические приближения

**Дата публикации:** 11.03.2019

## **Ссылка для цитирования:**

Малиновский В. К. Модели долговременного планирования и задача о пересечении границ // Вестник ЦЭМИ РАН. 2018. Выпуск 4 [Электронный ресурс]. Доступ для зарегистрированных пользователей. URL: <https://cemi.jes.su/s265838870000195-7-1/> (дата обращения: 17.02.2020). DOI: 10.33276/S0000195-7-1