

**Herald of CEMI. 2013-2020**  
ISSN 2658--3887  
4 URL - <http://cemi.jes.su>  
2018 All right reserved  
Issue 4 Volume . 2018

ISSN 2658-3887  
Свидетельство о регистрации СМИ  
Эл № 77-73557 от 05 октября 2018 г.

## Transformation curves as a base of a separate mutually beneficial trade agreement: a training-utopian model

**E. Vinokurov**

*CEMI RAS*

*Russian Federation, Moscow, Nakhimovsky Prospect 47*

### Abstract

The paper proposes the use of transformation curves as a basis for a trade agreement between two countries concerning two goods, which should provide equal benefit to both parties to the transaction. We are talking about a change in the paradigm of the economy of competition to the idea of the economy of cooperation and justice. The conditions under which justice is understood are given.. The model is formulated, the initial information in which are the type and parameters of functions, the sections of which are transformation curves, and the values of the initial output. The results of the solution of the model are the volumes of production and volumes of export-import formed as a result of specialization and trade, and also the ratio of prices of the goods in question. The problem is reduced to solving a system of seven equations with seven unknowns. The article may be of interest as a training material for economists.

**Keywords list (en):** transformation curve, trade agreement, specialization and trade model, equal benefit, equity.

**Date of publication:** 03.02.2019

### Citation link:

Vinokurov E. Transformation curves as a base of a separate mutually beneficial trade agreement: a training-utopian model // Herald of CEMI. 2018. Issue 4 [Electronic resource]. Access for registered users. URL: <https://cemi.jes.su/s265838870000169-8-1/> (circulation date: 17.02.2020). DOI: 10.33276/S0000169-8-1

2 Настоящая работа является следствием стремления автора, преподающего в высшей школе, несколько расширить представления студентов о некоторых базовых положениях экономической науки. Речь пойдёт об одном из первых понятий, с которым знакомят тех, кто начинает изучать экономику, – кривой производственных возможностей (КПВ), иначе называемой кривой трансформации.

3 Как известно, КПВ – это линия на графике, каждая точка которой соответствует объемам выпуска  $x$  и  $y$  каждого из двух рассматриваемых продуктов – соответственно  $X$  и  $Y$  – за определённый период при полном использовании всех имеющихся в стране производственных ресурсов<sup>1</sup>.

4 В учебниках экономики, например, в [1] или [2], перечисляются те фундаментальные экономические понятия и закономерности, которые можно прояснить с помощью этого графика.

5 Прежде всего, на базе КПВ иллюстрируется ограниченность ресурсов и вытекающая из неё одна из основных проблем экономики – проблема выбора, какой из продуктов и в каком количестве следует производить.

6 Кроме того, кривая трансформации графически отображает идею альтернативных издержек, причём форма КПВ отражает закон возрастания альтернативной стоимости (альтернативных издержек)<sup>2</sup>.

7 Далее, иллюстрацией понятия экономического роста является сдвиг КПВ. Увеличение объёма доступных производственных ресурсов приводит к сдвигу кривой трансформации вправо-вверх. Естественно, следствием уменьшения объёма ресурсов будет смещение КПВ влево-вниз.

8 О КПВ в учебной литературе вспоминают обычно, ещё и когда речь заходит о проблемах внешней торговли. Сопоставление кривых трансформации для двух стран используется при этом для объяснения понятия сравнительного преимущества и принципа сравнительных преимуществ. Тогда прибегают к сравнению значений предельных норм трансформации. При освещении данных вопросов иногда в учебных пособиях приводится двойное неравенство, ограничивающее приемлемую для обоих контрагентов область значений отношения цен на два рассматриваемых товара, – неравенство, которое называют условиями торговли<sup>3</sup> (см., например, [3]). Это, пожалуй, единственный случай, когда в связи с КПВ вспоминают о ценах.

9 Внешняя простота идеи КПВ оказалась, очевидно, причиной того, что она обычно рассматривалась только как графическая иллюстрация тех или иных положений экономической теории, а свойства этой кривой не анализировались всерьёз в научной и учебной литературе. Этот пробел впервые, пожалуй, если говорить об отечественной экономической науке, оказался частично заполненным после публикации работы [4]. В ней авторы рассматривали КПВ в совокупности с производственной функцией Кобба-Дугласа. В результате в названной брошюре удалось представить «своего рода подробный “каталог” свойств кривой трансформации» в случае, когда выпуск продуктов описывается этой функцией.

## 10 **Модель сепаратного соглашения**

11 В данном разделе работы будут развиты идеи, изложенные ранее автором в нескольких публикациях, в том числе [3] и [5]. В этих публикациях было показано, что, базируясь на понятии кривой трансформации, можно прийти к достаточно интересным выводам, не являющимися традиционными для учебной и научной литературы, освещающей

основы экономической теории.

12 Прежде всего, следует назвать возможность определить функцию предложения для любого из двух продуктов, допустимые соотношения объёмов выпуска которых описывает КПВ, если задать цену второго продукта. Если КПВ является участком графика функции

$$13 \quad y = f(x), \quad (1)$$

14 где  $x$  и  $y$  – объёмы выпуска товаров  $X$  и  $Y$  соответственно, а  $P_x$  и  $P_y$  – цены товаров  $X$  и  $Y$  соответственно, то при заданной величине  $P_y$  выражение

$$15 \quad P_x P_x = -\frac{dy}{dx} \times P_y P_y \quad (2)$$

16 является обратной функцией предложения товара  $X$ .

17 Во-вторых, нами было продемонстрировано, что, рассматривая КПВ в сочетании с функциями спроса, мы выходим на двухсекторную статическую модель народнохозяйственного равновесия, обеспечивающую максимальное значение ВВП. Задав функции спроса на товары  $X$  и  $Y$  и объединив их в систему с (1) и (2), мы получаем возможность найти равновесные объёмы выпуска и равновесные цены для обоих рассматриваемых товаров. Если же расширить понятие кривой трансформации до гиперповерхности, имеющей  $n$  измерений, то в сочетании с  $n$  функциями спроса мы получаем многоотраслевую модель народнохозяйственного равновесия.

18 В-третьих, была выявлена возможность строить на базе статической двухсекторной модели народного хозяйства, основанной на понятии КПВ, динамические модели экономического роста. При этом в частности, можно получить модель, характеризующуюся имманентным свойством смены периода подъёма на период рецессии. Одна из возможных интерпретаций такой модели – это восприятие её как описание длинной волны Кондратьева.

19 В настоящей работе предлагается использование кривых трансформации как базы определения в рамках сепаратного взаимовыгодного торгового соглашения между двумя производителями объёмов выпуска продукции, масштабов экспорта-импорта и соотношения цен двух товаров.

20 Мысль об анализе сепаратной торговой сделки, думается, должна естественным образом возникать в условиях становящихся в последнее время повседневностью торговых войн, возведения таможенных барьеров, разнообразных санкций и эмбарго. Под нагромождением этих проявлений стремления к гегемонии, экономического давления на партнеров, государственного эгоизма кажутся уже почти похороненными принципы равноправной торговли и прочие благие пожелания, зафиксированные международными соглашениями, в частности, документами ВТО.

21 В такой ситуации у двух находящихся в дружественных отношениях стран вполне может возникнуть желание заключить сепаратное торговое соглашение, не связанное с взвинченными международными корпорациями ценами и спровоцированными теми же корпорациями задранными импортными пошлинами. В идеале такое соглашение должно обеспечить обеим сторонам сделки равную выгоду – то, что не может обеспечить даже равновесие на рынке совершенной конкуренции, где в меньшей степени обеспеченный производственными ресурсами производитель определенного товара и менее богатый потребитель того или иного продукта заведомо обречены на проигрыш. Может быть, тут можно говорить о смене парадигмы экономики конкуренции на идею экономики сотрудничества и даже о справедливости.

22 Несложная модель такого рода сделки, основанная на использовании концепции КПВ, будет представлена ниже.

23 Рассматриваются две страны – А и В – и два товара – X и Y. Предполагается, что спрос на оба товара в обеих странах настолько велик, что равновесие на рынках этих товаров достигается лишь при максимально возможном для каждой из стран объеме выпуска, на абсолютно неэластичном участке кривой предложения. Иллюстрацией такого рода равновесия является рис. 1, где Q и P – оси соответственно количества товара и его цены, а S и D – соответственно графики функций предложения и спроса.

24 Спрос на оба товара в обеих странах в рассматриваемой ситуации не может быть удовлетворен за счет имеющихся в этих странах производственных ресурсов. Для удовлетворения этого спроса обеим странам придется вступить в торговые отношения с некоторыми третьими партнерами, приобретая недостающее количество товаров X и Y в обмен на какие-то третьи товары. Мы не будем рассматривать эти отношения, а выделим рынки товаров X и Y в странах А и В в некоторый обособленный оазис равноправной и справедливой торговли.

25 Обозначим функцию, участком графика которой является КПВ страны А, как  $f(x)$ , а функцию, участком графика которой является КПВ страны В, – как  $\varphi(x)$ .

26

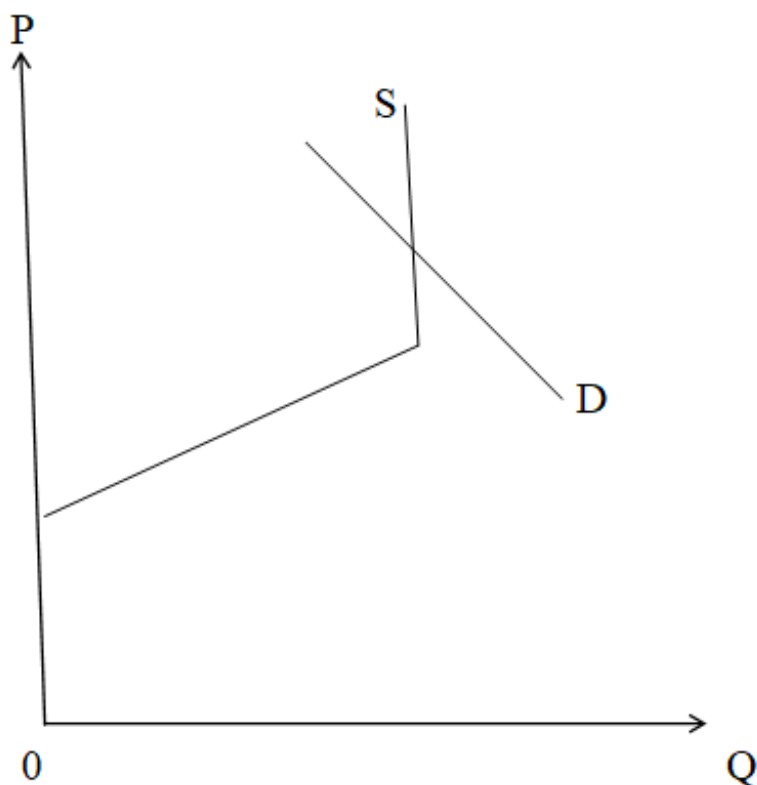


Рис. 1. Равновесие на рынках товаров X и Y в странах А и В.

27 Положим, что в начальный момент объемы производства товаров X и Y составляют в стране А  $x_{A0}$  и  $y_{A0}$ , а в стране В –  $x_{B0}$  и  $y_{B0}$  соответственно, и при этом имеет место неравенство

$$28 \quad -f'(x_{A0}) < -\varphi'(x_{B0}). \quad (3)$$

29 Будем считать, что весь объём выпущенной в этот момент продукции рассматриваемых видов потребляется внутри стран-производителей.

30 Неравенство (3) означает, что в начальный момент страна А имеет сравнительное преимущество по сравнению со страной В при производстве товара X. Отсюда следует, что страна А должна специализироваться на продукте X, увеличивая его производство до некоторого значения  $x_{A1}$ , и экспортировать этот товар в страну В, а страна В, имеющая сравнительное преимущество при производстве товара Y, должна специализироваться на этом продукте, увеличивая его производство до некоторого значения  $y_{B1}$ , и экспортировать этот товар в страну А.

31 Теперь можно говорить о дружески-справедливом торговом соглашении. Будем считать, что справедливость будет достигнута при соблюдении трех условий:

1. Конечные объемы выпуска товаров  $x_{A1}$  и  $y_{B1}$  должны быть такими, чтобы ни одна из двух стран не имела сравнительного преимущества при производстве ни одного из двух товаров.
2. Торговый баланс двух стран должен быть нулевым.
3. Приросты потребления каждого из товаров в результате специализации и торговли в странах А и В должны быть равными.

32 Введем еще два обозначения:

$E_x$  – объем экспорта товара X из страны А в страну В,

$E_y$  – объем экспорта товара Y из страны В в страну А.

33 Приступим далее к формулировке модели взаимовыгодного сепаратного торгового соглашения, которая представит собой систему уравнений.

34 Исходной информацией в модели будут значения начальных величин выпуска продукции –  $x_{A0}$  (а значит, при заданной функции  $f(x)$ , и  $y_{A0}$ ) и  $x_{B0}$  (а значит, при заданной функции  $\varphi(x)$ , и  $y_{B0}$ ). На выходе мы должны получить конечные значения величин выпуска продукции –  $x_{A1}$  (а значит, при заданной функции  $f(x)$ , и  $y_{A1}$ ) и  $x_{B1}$  (а значит, при заданной функции  $\varphi(x)$ , и  $y_{B1}$ ) и, – объемы экспорта –  $E_x$  и  $E_y$ , – а также отношение цен на рассматриваемые товары –  $\varphi_y$ . Эти семь величин являются неизвестными в системе из семи уравнений.

35 Первыми двумя уравнениями такой системы будут функции, участком графика которых являются КПВ двух стран:

$$36 \quad y_{A1} = f(x_{A1}), \quad (4)$$

$$37 \quad y_{B1} = \varphi(x_{B1}). \quad (5)$$

38 Первое из перечисленных выше условий справедливости формализуется в виде равенства

$$39 \quad f'(x_{A1}) = \varphi'(x_{B1}). \quad (6)$$

40 Второе из этих условий запишется в виде равенства

$$41 \quad P_x \times E_x = P_y \times E_y. \quad (7)$$

42 Третье условие справедливости отразится равенствами

$$43 \quad x_{AI} - x_{A0} - E_x = x_{B0} - x_{BI} + E_x \quad (8)$$

$$44 \quad y_{A0} - y_{AI} + E_y = y_{BI} - y_{B0} - E_y. \quad (9)$$

45 Последнее уравнение нашей системы выглядит следующим образом:

$$46 \quad \frac{P_x}{P_y} = -f'(x_{AI}). \quad (10)$$

47 Причина появления этого уравнения становится ясной, если вспомнить об упоминавшихся выше условиях торговли – двойном неравенстве, определяющем диапазон отношения цен товаров, при котором для обоих участников торговой сделки она окажется безубыточной:

48

$$-f'(x_{AI}) \leq \frac{P_x}{P_y} \leq -\varphi'(x_{BI}).$$

49 В силу (6) этот диапазон сжимается в точку, откуда и следует (10).

50 Итак, предлагаемая модель взаимовыгодного сепаратного торгового соглашения представляет собой систему уравнений (4-10).

51 Следует отметить, что описанное взаимодействие двух торгующих между собой стран далеко не всегда возможно. Вполне вероятно, что при определенных функциях  $f(x)$  и  $\varphi(x)$  и при определенных значениях  $x_{A0}$  и  $x_{B0}$  система (4-10) окажется несовместной или ее решениями окажутся не имеющие экономического смысла величины.

52 Однако, для примера приведем следующую имеющую приемлемые решения модель. Допустим, заданы:  $x_{A0} = 400$ ,  $x_{B0} = 902$  и функции  $f(x)$  и  $\varphi(x)$ , вид и параметры которых становятся ясными, если рассмотреть первые два уравнения выписанной ниже системы (11). Тогда на основе этих функций, рассчитываем:  $y_{A0} = 2100$ ,  $y_{B0} = 737$ . Теперь можно выписать всю систему уравнений:

$$53 \quad \begin{cases} y_{AI} = -0,001x_{AI}^2 - 0,1x_{AI} + 2300, \\ y_{BI} = -0,002x_{BI}^2 - 0,2x_{BI} + 2546, \\ -2 \times 0,001x_{AI} - 0,1 = -2 \times 0,002x_{BI} - 0,2, \\ P_x \times E_x = P_y \times E_y, \\ x_{AI} - 400 - E_x = 902 - x_{BI} + E_x, \\ 2100 - y_{AI} + E_y = y_{BI} - 737 - E_y, \\ \frac{P_x}{P_y} = 2 \times 0,001x_{AI} + 0,1. \end{cases} \quad (11)$$

54 Решения этой системы (иногда округленные) следующие:  $x_{AI} = 1000$ ,  $y_{AI} = 1200$ ,  $x_{BI}$

$$= 475, y_{BI} = 2000, E_x = 86, E_y = 181, \frac{P_x}{P_y} = 2,1.$$

55 Легко видеть, что при всех своих достоинствах рассмотренная модель может оставить чувство некоторой неудовлетворенности: она не позволяет найти цены, по которым должна вестись международная торговля. Отношение этих цен – информация интересная, но не исчерпывающая. Определение собственно значений  $P_x$  и  $P_y$  оказывается отдельной задачей.

56 Завершая данный раздел статьи, предложим вариант определения цен на товары X и Y, – вариант, также претендующий на установление некоей справедливости. Под справедливостью будем в данном случае понимать минимально возможные цены, обеспечивающие безубыточность всех работавших в начальный момент в обеих странах предприятий, выпускающих рассматриваемые продукты. Пусть максимальные среди предприятий, производящих товар X в обеих странах, средние совокупные издержки (закрывающие затраты) равны  $M$ , а максимальные среди предприятий, производящих товар Y в обеих странах, закрывающие затраты равны  $N$ . Отношение  $\frac{P_x}{P_y}$  обозначим через  $k$ . Тогда указанные выше условия безубыточности в сочетании с найденным из модели (4-10) значением  $k$  составят следующую систему:

$$57 \quad \begin{cases} P_x \geq M, \\ P_y \geq N, \\ \frac{P_x}{P_y} = k. \end{cases} \quad (12)$$

58 Из (12) нетрудно определить наименьшее удовлетворяющее этой системе значение цены товара X:

$$59 \quad P_x = \max(M, k \times N),$$

60 после чего остается только провести расчет:

$$61 \quad P_y = P_x / k$$

## 62 **Заключение**

63 Изложенная выше модель взаимовыгодного сепаратного торгового соглашения, с одной стороны, является иллюстрацией идеи экономики сотрудничества, противостоящей классической парадигме экономики конкуренции, а с другой – демонстрирует еще одну возможность использовать кривые производственных возможностей как основу для получения содержательных результатов.

64 Совершенно очевидно, что рассмотренная модель безнадежно далека от реальности и имеет абстрактный и, мало того, утопический характер. Однако, думается, она может представить интерес как учебный материал при подготовке экономистов.

### Remarks:

1. Полное использование производственных ресурсов в строгом смысле предполагает взаимозаменяемость в той или иной степени всех их видов. На самом деле труд и капитал взаимозаменяемы во многих, но не во всех случаях, замена капитала природными ресурсами возможна довольно редко, а заменить природные ресурсы трудом или капиталом – задача, реализуемая в совершенно исключительных ситуациях. Может быть, стоило бы говорить о КПВ как о кривой, точки которой отражают возможные сочетания объемов выпуска двух продуктов при полном использовании *наиболее дефицитного* из производственных ресурсов.

2. В данном случае под законом понимается некоторая аксиома или постулат, то есть утверждение достаточно очевидное и не нуждающееся в строгом доказательстве. В пользу правомерности этого закона обычно приводится то

обстоятельство, что по мере роста выпуска какого-либо продукта приходится использовать всё менее и менее пригодные для этого ресурсы, включая предназначенные для производства другого продукта.

3. Термин «условия торговли» имеет и другое значение: при анализе внешнеторговых связей страны так называют отношение индекса средней цены её экспорта к индексу средней цены её импорта.

---

## **References:**

1. Makkonell K.R., Bryu S.L. Ehkonomiks: Printsipy, problemy i politika. V 2 t. Per. s angl. 11-go izd. – M.: Respublika, 1995.

2. Lyubimov L.L. Vvedenie v ehkonomicheskuyu teoriyu: Uchebnik dlya studentov ped. universitetov. V 2-kh knigakh. – M.: Vita-Press, 1999.

3. Vinokurov E.F. Izbrannye glavy iz ehkonomicheskoy teorii. Chast' 1. –Saarbrücken: Palmarium Academic Publishing, 2013.

4. Andreev S.N., Grebennikov V.G., Nikolaev L.K. Krivaya transformatsii: staticheskij i dinamicheskij aspekty. – M.: TsEhMI RAN, 2000.

5. Vinokurov E.F. Kuda mozhet vyvezti krivaya transformatsii // Teoriya i praktika institutsional'nykh preobrazovanij v Rossii. Pod red. B.A. Ernzyana. Vyp. 35. – M.: TsEhMI RAN, 2016. S. 32-44.



# Кривые трансформации как база взаимовыгодного сепаратного торгового соглашения: учебно-утопическая модель

**Винокуров Е. Ф.**

*Центральный экономико-математический институт РАН  
Российская Федерация, Москва, Нахимовский проспект 47*

## **Аннотация**

В работе предлагается использование кривых трансформации как базы торгового соглашения между двумя странами, касающееся двух товаров, которое должно обеспечить обеим сторонам сделки равную выгоду. Речь идет о смене парадигмы экономики конкуренции на идею экономики сотрудничества и о справедливости. Приведены условия, под которыми понимается справедливость. Сформулирована модель, исходной информацией в которой являются вид и параметры функций, участками которых являются кривые трансформации, и значения начальных величин выпуска продукции. Результатами решения модели являются сформировавшиеся в результате специализации и торговли объемы производства, объемы экспорта-импорта, а также отношение цен на рассматриваемые товары. Задача сводится к решению системы из семи уравнений с семью неизвестными. Статья может представить интерес как учебный материал при подготовке экономистов.

**Ключевые слова:** кривая трансформации, торговое соглашение, модель специализации и торговли, равная выгода, справедливость.

**Дата публикации:** 03.02.2019

## **Ссылка для цитирования:**

Винокуров Е. Ф. Кривые трансформации как база взаимовыгодного сепаратного торгового соглашения: учебно-утопическая модель // Вестник ЦЭМИ РАН. 2018. Выпуск 4 [Электронный ресурс]. Доступ для зарегистрированных пользователей. URL: <https://cemi.jes.su/s265838870000169-8-1/> (дата обращения: 17.02.2020). DOI: 10.33276/S0000169-8-1