

**Вестник ЦЭМИ**

**Herald of CEMI. 2013-2020**

ISSN 2658--3887

**4** URL - <http://cemi.jes.su>

**2018** All right reserved

Issue 4 Volume . 2018

ISSN 2658-3887  
Свидетельство о регистрации СМИ  
Эл № 77-73557 от 05 октября 2018 г.

## Building of fair scale for progressive taxation

**A. Pitelin**

*CEMI RAS*

*Moscow, Nakhimovky prospect 47*

### Abstract

The method of creating the progressive personal income taxation, in relation with the principle of justice, is summarized in these theses. Taxation is deemed equitable if, as a result of its using, usefulness of the taxable income is reduced proportionally for all the citizens. Strict application of this principle is only possible in the case of tax rates appointed individually for each taxpayer in accordance with the received incomes. To calculate such rates, an analytically or algorithmically defined income consumer utility function is required. For this purpose, the concrete function of logarithmic type was proposed and used by the author in this work. Several variants of “ideal” tax rates, as well as progressive scales approximating these variants being suitable for practical application were calculated.

**Keywords list (en):** personal income, income consumer utility function, progressive taxation, smooth tax function, fair scale.

**Date of publication:** 03.02.2019

### Citation link:

Pitelin A. Building of fair scale for progressive taxation // Herald of CEMI. 2018. Issue 4 [Electronic resource]. Access for registered users. URL: <https://cemi.jes.su/s265838870000168-7-1/> (circulation date: 28.09.2020). DOI: 10.33276/S0000168-7-1

### 1 Введение

2 Необходимость прогрессивного налогообложения личных доходов становится все более очевидной. Эта проблема активно обсуждается как в научных кругах, так и в средствах массовой информации. Объяснение лежит на поверхности: это чрезвычайно высокая степень расслоения наших граждан по доходам. Даже если рассматривать только трудовые доходы,

можно увидеть, что до сих пор существуют ставки зарплаты, не достигающие прожиточного минимума; в то же время есть немало граждан, трудовые подвиги которых вознаграждается миллионами рублей. И несмотря на такую огромную разницу, все трудовые доходы облагаются по единой ставке 13%. Для *социального государства*, каковым принято именовать Россию, такое вопиющее неравенство нельзя считать допустимым.

3 Предположим теперь, что закон о прогрессивном налогообложении доходов физических лиц будет приниматься. Тут же возникнет немало вопросов, касающихся его практической реализации. Не затрагивая сейчас чисто технических проблем, сосредоточим внимание лишь на одном принципиально важном аспекте: *как должна строиться прогрессивная шкала налогообложения*.

4 Прогрессивный налог, не устранив полностью социального неравенства, может его хотя бы несколько сгладить. И это сглаживание должно оказаться реально ощутимым для большинства граждан. При этом весьма важно, чтобы при разработке прогрессивной шкалы использовался четко сформулированный и признаваемый обществом подход, оставляющий как можно меньше места для субъективизма. Цель данного доклада – изложить возможный вариант именно такого подхода и обосновать его применимость.

### 5 1. Построение гладкой налоговой функции

6 В основу предлагаемого подхода заложен принцип пропорциональности налогообложения, применяемый однако не к доходам граждан, а к *полезности* этих доходов. При этом полезность доходов рассматривается применительно к *потреблению* граждан, что предопределяет *убывание предельной полезности* (обоснование этого известного в экономической теории факта см., напр., в (Малышев, 1999)).

7 Функцию полезности денег, расходуемых на потребление, предлагается определить аналитически следующим образом:

$$8 \quad u(x) = u_0 + a \cdot \ln(1 + x^\beta), \quad x = (d - \bar{d})/\bar{d} \quad (1)$$

9 Здесь  $d$  – доход налогоплательщика,  $\bar{d}$  – размер необлагаемого дохода (равный, например, прожиточному минимуму),  $\bar{d}$  – размер дохода, принимаемый за условную единицу, – задаваемый параметр,  $a$  – масштабирующий коэффициент. Первое слагаемое ( $u_0$ ) выражает полезность необлагаемого дохода (полагается равной для всех налогоплательщиков), а второе определяет полезность остальной – налогооблагаемой части дохода. Переменная выражает величину индивидуальной налоговой базы, измеренную в условных единицах. Масштабирующий коэффициент  $a$  позволяет учитывать индивидуальные предпочтения, а параметр создает возможность по-разному оценивать налогооблагаемые доходы на интервалах  $0 < x < \bar{d}$  и  $x > \bar{d}$ .

10 Для формирования прогрессивной шкалы налогообложения предлагается использовать специально построенную гладкую функцию налоговых ставок, привязанных непосредственно к налогооблагаемому доходу. Эту функцию определим, реализовав сформулированный выше принцип пропорционального налогообложения полезности налогооблагаемых доходов. Введем следующее базовое правило: ***налогообложение доходов считается справедливым, если у всех налогоплательщиков изымается одна и та же доля полезности налогооблагаемого дохода***. Отталкиваясь от формулы (1), это правило можно формализовать так:

$$11 \quad \frac{\ln(1+[(1-\eta(x))x]^\beta)}{\ln(1+x^\beta)} = \bar{p} (Const(x)) \quad (2)$$

12 **Утверждение:** Данное базовое правило всегда реализуемо и требует прогрессивного налогообложения (т.е. в случае  $x_j > x_i$  необходимо, чтобы  $\eta(x_j) > \eta(x_i)$ ).

13 Ясно, что при любых положительных налогооблагаемых доходах  $x_i, x_j$  и допустимых значениях ставок  $\eta(x_i)$  и  $\eta(x_j)$  отношения в левой части (2) положительны и находятся в промежутке между нулем и единицей. Добиться равенства этих отношений всегда можно, подбирая нужные значения налоговых ставок. Таким образом, первую часть Утверждения можно считать доказанной.

14 Доказательство второй части Утверждения связано с довольно громоздкими выкладками (см. Пителин, 2018). Не приводя всех деталей, поясним только суть. Доказывается, что при неизменной налоговой ставке  $\bar{\eta}$  отношение, представленное в формуле (2), является строго возрастающей функцией аргумента  $x$ . Отсюда следует, что в случае  $x_j > x_i$  стабильность этого отношения может быть обеспечена только при  $\eta(x_j) > \eta(x_i)$ .

15 Для построения функции  $\eta(x)$  нужно задать значение параметра и величину отношения  $\bar{\eta}$ . Параметр задается непосредственно, а отношение  $\bar{\eta}$  удобнее всего определять косвенно – задавая значение функции  $\eta(x)$  для какого-то конкретного значения  $x$ . Как выглядят возможные графики  $\eta(x)$  при различных значениях  $\bar{\eta}$ , показано на рис. 1 и 2.

16

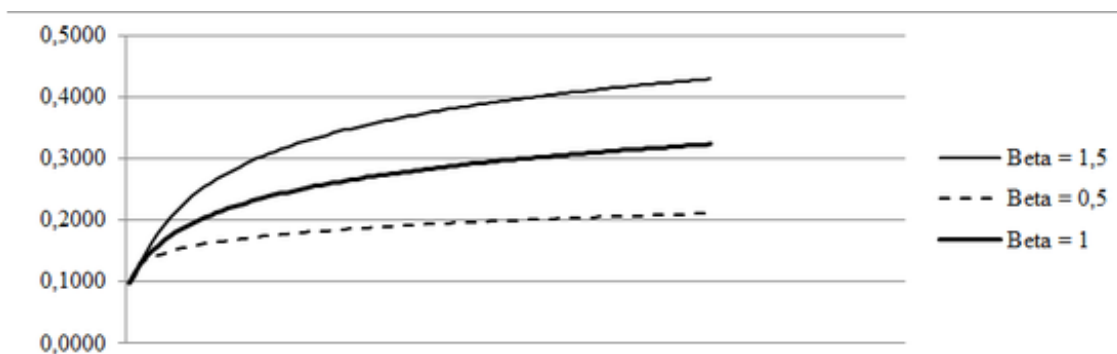


Рис. 1. Графики функции  $\eta(x)$  при различных значениях параметра  $\beta$

17

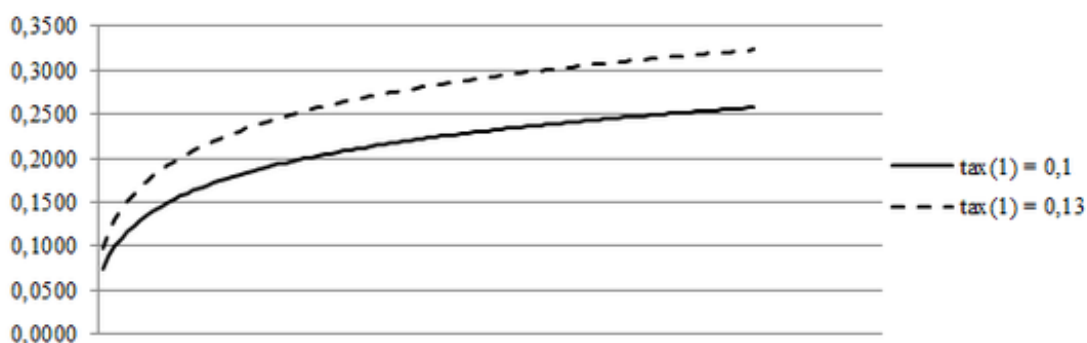


Рис. 2. Графики  $\eta(x)$  при  $-p=0,926$  ( $\eta(1)=0,1$ ) и  $-p=0,903$  ( $\eta(1)=0,13$ );  $\beta=1$

18

Видно, что при  $\beta > 1$  увеличивается нагрузка на налогооблагаемые доходы, превышающие  $x = 1$ , и уменьшается нагрузка на меньшие доходы, а в случае  $\beta < 1$  картина прямо противоположная. Таким образом, можно считать, что этот параметр имеет определенную социальную направленность. Что же касается отношения  $\bar{\eta}$ , то оно влияет

однотипно на весь диапазон налоговых ставок. Поскольку в рабочем варианте функции  $p(x)$  желательно отразить как социальные предпочтения, так и требования бюджетной политики, целесообразно принять следующий порядок назначения этих величин. Сначала задается значение параметра  $\beta$ , а затем рассчитывается значение  $\bar{p}$ , обеспечивающее нужный фискальный результат:

$$19 \quad \sum_i \eta(x_i) \cdot (d_i - \bar{d}) = B, \quad (3)$$

20 где  $B$  – планируемые поступления в бюджет от налога на доходы граждан,  $d_i$  – доходы конкретных налогоплательщиков ( $i = 1, 2, \dots$ ),  $x_i = (d_i - \bar{d})/\bar{d}$  – соответствующие аргументы функции  $\eta(x_i)$ .

## 21 **2. Построение ступенчатой шкалы налоговых ставок**

22 Функция  $\eta(x)$  могла бы применяться и непосредственно; расчет налоговых ставок для конкретных налогоплательщиков в этом случае мог бы производиться по простой компьютерной программе. Вычисляемая ставка применялась бы при этом сразу ко всему облагаемому доходу. Однако предполагая традиционный способ прогрессивного налогообложения, сформируем *ступенчатую шкалу, аппроксимирующую функцию*  $p(x)$ .

23 Для получения хорошей аппроксимации нужна шкала, насчитывающая достаточно много ступеней. В мировой практике имеются примеры прогрессивных шкал, насчитывающих более десятка ступеней. Мы в приводимых далее примерах ограничимся семью ступенями с отличными от нуля налоговыми ставками. Разумеется, формируемая шкала должна охватывать весь диапазон налогооблагаемых доходов. Учитывая вид кривых, отображающих непрерывно возрастающие налоговые ставки (см. рис. 1 и 2), имеет смысл наращивать протяженность ступеней по мере увеличения налогооблагаемых доходов. Самый подходящий способ – применение экспоненциального закона:

$$24 \quad d^{(j)} = \bar{k} \cdot d^{(j-1)}, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (4)$$

25 где  $d^{(j)}$  – границы ступеней,  $\bar{k}$  – задаваемый параметр.

26 Определив все пороговые значения  $d^{(j)}$ , приступаем к расчету налоговых ставок, соответствующих конкретным ступеням. При этом учтем, что «ступенчатые» ставки будут применяться не ко всему налогооблагаемому доходу, а только к той его части, которая превосходит верхнюю границу предыдущей ступени. Значение первой ненулевой налоговой ставки рассчитывается по формуле

$$27 \quad \eta^{(1)} = T^{(1)} / (D^{(1)} - N^{(1)} \cdot d^{(0)}), \quad (5)$$

28 где  $N^{(1)}$  – количество налогоплательщиков, размеры доходов которых ( $d_i$ ) находятся в пределах первой ступени налогообложения ( $d^{(0)} < d_i \leq d^{(1)}$ ),  $D^{(1)}$  – сумма таких доходов,  $T^{(1)}$  – сумма налоговых платежей с указанных доходов, которые должны были бы поступить в бюджет в случае прямого использования функции  $\eta(x)$ .

29 Для остальных ступеней применяется более сложная формула, учитывающая суммы налогов, начисляемых на предыдущих ступенях:

$$30 \quad \eta^{(s)} = \frac{T^{(s)} - N^{(s)} \cdot \sum_{j=1}^{s-1} \eta^{(j)} \cdot (d^{(j)} - d^{(j-1)})}{D^{(s)} - N^{(s)} \cdot d^{(s-1)}}, \quad s = 2, 3, \dots, n \quad (6)$$

31 Формулы (5) и (6) обеспечивают достаточно хорошую аппроксимацию «гладкой»

функции  $\eta(x)$  и в то же время гарантируют выполнение бюджетного требования (3). В качестве иллюстрации приведем варианты прогрессивной шкалы, рассчитанные на базе «гладких» функций, представленных на рис. 2.

32 Таблица 1. Варианты справедливых шкал прогрессивного налога на доходы

Границы ступеней	$\bar{a}; 2\bar{a}$	$2\bar{a}; 4\bar{a}$	$4\bar{a}; 8\bar{a}$	$8\bar{a}; 16\bar{a}$	$16\bar{a}; 32\bar{a}$	$32\bar{a}; 64\bar{a}$	$64\bar{a};$ ест.
	<b>1-й вариант: <math>v = 1,</math> <math>\eta^{(1)} = 0,10</math></b>						
Расчетные ставки для ступеней	9,1%	14,3%	18,4%	22,6%	26,4%	30,1%	33,6%
	<b>2-й вариант: <math>v = 1,</math> <math>\eta^{(1)} = 0,13</math></b>						
Расчетные ставки для ступеней	11,9%	18,4%	23,5%	28,6%	33,2%	37,5%	41,6%

### 33 Основной вывод

34 Полученные в ходе экспериментальных расчетов и показанные в иллюстративных примерах (табл. 1) результаты свидетельствуют, что изложенный выше метод может быть предложен в качестве основы для формирования ступенчатых шкал прогрессивного налогообложения. Не будем утверждать, что представленный способ построения налоговой функции, отвечающей принципу справедливого налогообложения, является наилучшим. Но его практическая применимость очевидна. В подтверждение этому сошлемся на тот факт, что ставки налога на доходы, принятые в 2017 году во Франции (14% для годовых доходов от 9700 до 26971 евро, 30% для доходов от 26972 до 71826 евро, 41% для доходов от 71827 до 152108 евро, далее 45%) , с точностью до 0,001 могут быть интерпретированы как результат построения прогрессивной шкалы по описанному в докладе сценарию на базе функции  $\eta(x) = u_0 + a \cdot \ln(1 + x^{1,428})$ .

---

### References:

1. Malyshev B.S. (1999). Teoriya predel'noj poleznosti (potrebitel' na rynke tovarov i uslug): Uchebnoe posobie / Amurskij gos. un. – Blagoveschensk. 40 s.
2. Pitelin A.K. (2018). O spravedlivoj shkale progressivnogo nalogooblozheniya // Ehkonomika i mat. metody. T. 54. № 4 (v pechati).

# Построение справедливой шкалы прогрессивного налогообложения

**Пителин А. К.**

*Центральный экономико-математический институт РАН  
Москва, Нахимовский проспект, 47*

## **Аннотация**

В данных тезисах кратко излагается метод построения прогрессивной шкалы налогообложения личных доходов, отвечающей принципу справедливости. Налогообложение считается справедливым, если в результате его применения полезность налогооблагаемых доходов уменьшается пропорционально у всех граждан. Строгая реализация этого принципа возможна только в случае налоговых ставок, назначаемых индивидуально для каждого налогоплательщика в соответствии с полученными доходами. Для расчета таких ставок необходима аналитически или алгоритмически определенная функция потребительской полезности доходов. В описываемой работе с этой целью использовалась предложенная автором функция логарифмического вида. Были рассчитаны несколько иллюстративных вариантов «идеальных» налоговых ставок, а также пригодные для практического применения прогрессивные шкалы, аппроксимирующие эти варианты.

**Ключевые слова:** личные доходы, функция потребительской полезности доходов, прогрессивное налогообложение, гладкая налоговая функция, справедливая шкала.

**Дата публикации:** 03.02.2019

## **Ссылка для цитирования:**

Пителин А. К. Построение справедливой шкалы прогрессивного налогообложения // Вестник ЦЭМИ РАН. 2018. Выпуск 4 [Электронный ресурс]. Доступ для зарегистрированных пользователей. URL: <https://cemi.jes.su/s265838870000168-7-1/> (дата обращения: 28.09.2020). DOI: 10.33276/S0000168-7-1