



Herald of CEMI. 2013-2020
ISSN 2658--3887
4 URL - <http://cemi.jes.su>
2018 All right reserved
Issue 4 Volume . 2018

ISSN 2658-3887
Свидетельство о регистрации СМИ
Эл № 77-73557 от 05 октября 2018 г.

Application of specification technique for production function in the extended class of stochastic frontier models

V. Rudenko

CEMI RAS

Moscow, Nakhimovky prospect 47

Abstract

Obtaining reasonable estimates of technical efficiency is an important tool for making correct management decisions. One may draw conclusions about the performance of personnel or about the necessity of modernization of system processes at the microeconomic level based on the analysis of technical efficiency. At the regional level, effectiveness assessments allow to formulate assumptions about the necessity of additional financing or resources redistribution. To solve such problems, one should develop a methodology for derivation reasonable estimates of effectiveness. In this paper we use real and modeled data and present the approbation of the technique based on the extended concept of the stochastic production function with allowance for the possible dependence of the error components.

Keywords list (en): Stochastic production function, copulas, independence of random variables, technical efficiency, intellectual capital

Date of publication: 03.02.2019

Acknowledgment:

Статьи написаны по теме плана НИР ЦЭМИ к подразделу 169 ПФНИ ГРАН, № регистрации АААА-А18-118020890104-6

Citation link:

Rudenko V. Application of specification technique for production function in the extended class of

1 В соответствии с [1] будем рассматривать модель производственной функции вида

$$2 \quad R_i = \beta_0 \cdot (x_i^1)^{\beta_1} \cdot (x_i^2)^{\beta_2} \cdot \dots \cdot (x_i^n)^{\beta_n} \cdot e^{V_i - U_i},$$

3 где R_i — объем производства i -ого объекта (напр., компании или региона), x_i^1, \dots, x_i^n — объемы факторов производства i -ого объекта, n — число объектов.

4 Случайная величина V_i подчиняется $(0; \sigma_v^2)$ -нормальному распределению, а случайная величина U_i распределена в общем случае в соответствии с усеченным в нуле нормальным законом, имеющим среднее значение μ и дисперсию σ_u^2 . Существенным отличием от классических моделей является предположение о возможной зависимости случайных величин V_i и U_i , которая описывается с помощью аппарата копула-функций [2, 3].

5 **I.** В первой части приведем некоторые результаты исследования, которые основаны на смоделированных данных. Для анализа взяты реальные данные американских компаний, работающих в отрасли биотехнологий (представленные на сайте finance.yahoo.com и, частично, в [4]), а также смоделированы наборы случайных величин V_i и U_i с различными коэффициентами корреляции. Рассматривается трехфакторная модель производственной функции, где $\bar{x}_i = (x_i^1, x_i^2, x_i^3) = (\ln K_i, \ln L_i, \ln I_i)$, K_i - объем физического капитала, L_i - объем труда, I_i - объем интеллектуального капитала. Для каждого смоделированного набора были найдены оценки технических эффективностей, рассчитанные по трем моделям: классической модели M_1 в предположении независимости компонент ошибки, модели M_r с использованием нормальной копулы для выявления возможной зависимости компонент и модели M_c с использованием копулы Франка. Приведем полученные результаты для трех смоделированных наборов (с коэффициентами корреляции $\rho = 0.94$, $\rho = 0.79$, $\rho = 0.16$). В таблице 1 представлены коэффициенты корреляции оценок технических эффективностей (TE_1, TE_r, TE_c) для всех трех моделей с их истинными значениями (TE). В последней строке таблицы приведены результаты проверки гипотезы о значимости коэффициентов, описывающих зависимость компонент ошибки в моделях с копулами.

6 **Таблица 1.** Корреляция оценок технических эффективностей с истинными значениями

	p=0.94			p=0.79			p=0.16		
	TE1	TEr	TEa	TE1	TEr	TEa	TE1	TEr	TEa
корреляция с истинным	-0.92	0.93	0.97	-0.64	0.66	0.65	0.36	0.36	0.36
значимость и		знач.	знач.		не знач.	знач.		не знач.	не знач.

7 В ходе исследования было установлено, что в случаях, когда при моделировании был выбран достаточно высокий коэффициент корреляции величин V_i и U_i , оценки технических эффективностей, вычисленные с использованием копул практически противоположны классическим оценкам, но хорошо согласуются с истинными значениями (столбцы, соответствующие $\rho = 0.94$ и $\rho = 0.79$). Кроме того, следует отметить необходимость рассмотрения нескольких видов копул в тех случаях, когда гипотеза о равенстве нулю коэффициента зависимости копулы не отвергается со значением p-value, близким к критическому. Так, при моделировании с $\rho = 0.79$ наиболее подходящей моделью из рассматриваемых была признана M_a . Анализ моделей с небольшими истинными коэффициентами корреляции ($\rho \leq 0.4$) показал, что результаты, полученные с использованием копул и без него были практически идентичны.

Ввод дополнительного параметра зависимости при использовании копул позволяет расширить диапазон значений оценок технической эффективности, не изменяя согласованности их рангов с рангами оценок, вычисленных в классических моделях.

8 В работах со схожей тематикой отмечено, что при использовании аппарата копула-функций в моделях стохастической границы для анализа реальных данных, как правило, результирующими моделями оказываются модели с невысокими значениями оценок корреляции компонент ошибки. В качестве примера во второй части приведем результаты, полученные при исследовании эффективности регионов РФ.

9 **II.** Рассмотрим двухфакторную модель производственного потенциала регионов в расширенном классе, которая выглядит следующим образом:

10
$$R_i = \beta_0 \cdot K_i^{\beta_1} \cdot L_i^{\beta_2} \cdot e^{V_i - U_i}, \quad i = 1, \dots, n, \quad R_i - \text{объем ВРП } i\text{-ого региона (в млн. руб.)}, K_i - \text{стоимость основных фондов } i\text{-ого региона (на конец года, в млн. руб.)}, L_i - \text{численность его экономически активного населения (в тыс. человек)}, n - \text{число анализируемых субъектов РФ}^2$$

 □. Ограничения на компоненты V_i и U_i прежние.

11 Ниже представлены результаты, полученные при рассмотрении 12 регионов в 2014 году, которые в соответствии с [5] относятся к группе «обрабатывающих» регионов. В эту группу входят следующие области: Владимирская, Вологодская, Калужская, Липецкая, Нижегородская, Новгородская, Омская, Свердловская, Тульская, Челябинская, Ярославская и республика Башкортостан. В Таблице 2 приведены оценки по всем трем рассматриваемым моделям (M_1, M_r и M_a).

12 **Таблица 2.** Оценки параметров моделей

	M1	M _r	M _a
<i>Оценки коэффициентов при факторах производства</i>			
ln K	0.443	0.444	0.445
ln L	0.562	0.560	0.559
const	3.15	3.15	3.14
<i>Оценки параметров компонент ошибки</i>			
μ	0	0.004	0.01
bV	0.08	0.078	0.078
bU	0.0015	0.0012	0.002
r(a)	0	-0.198	-3.5
p Спирмена	0	-0.189	-0.507
p-значение, (гипотеза об отсутствии неэффективности)	1.000	—	—
Кол-во наблюдений	12	12	12
Логарифм функции правдоподобия	13.273	13.389	13.387

13 Как видно из Таблицы 2, модели имеют близкие значения функций правдоподобия, в связи с чем гипотезы о значимости коэффициентов зависимости в обеих моделях с копулами отвергаются. Как и в случае смоделированных данных, введение дополнительного параметра (r или a), характеризующего зависимость компонент ошибки, позволяет лишь немного расширить диапазон значений оценок технической эффективности по сравнению с классическими моделями. При этом ранги оценок являются полностью согласованными во всех трех моделях.

14 При анализе других групп регионов в период с 2013 по 2015 годы были получены аналогичные результаты – использование копул позволяет лишь немного увеличить значения функций правдоподобия и расширить диапазон значений оценок технической эффективности.

Таким образом, данные наблюдения свидетельствуют о возможности применения классических моделей стохастической производственной функции при решении задач, связанных с оценкой эффективности регионов РФ.

15 **Выводы**

16 1. С целью получения корректных оценок технической эффективности при отсутствии экономического или статистического обоснования независимости компонент ошибки в моделях стохастической производственной функции допустимо использовать аппарат копула-функций, позволяющий учитывать возможную зависимость. Выбор конкретного вида копулы зависит от типа задач, которые поставлены в исследовании. Кроме того, проведенные вычисления позволяют предположить, что в ситуациях, когда при проверке гипотезы об отсутствии связи компонент ошибки значение тестовой статистики близко к критическому, также следует рассмотреть и другие виды копул.

17 2. Использование аппарата копула-функций позволяет расширить диапазон значений оценок технической эффективности в случае, когда в классических моделях не отвергается гипотеза об отсутствии неэффективности. Эти значения в высокой степени согласованы с теми, которые получены при построении классических моделей без учета возможной зависимости компонент ошибки.

18 3. В процессе анализа реальных данных было установлено, что во всех моделях для различных групп регионов РФ в рассматриваемый период времени можно принять гипотезу о независимости случайных компонент ошибки в модели стохастической производственной функции. Таким образом, оценки, полученные в классических моделях, являются корректными и могут быть использованы для решения различных задач, связанных с ранжированием регионов по уровню технической эффективности. Также они могут быть применимы при решении задач регионального уровня, связанных с оценкой влияния основных факторов производства на уровень ВРП.

Remarks:

Росстата:

http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc_1138623506156

http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc_1138623506156 Данные Росстата:

References:

1. Ajvazyan, S. A., Afanas'ev, M. Yu. Modelirovanie proizvodstvennogo potentsiala kompanii s uchetom ee intellektual'nogo kapitala. — Preprint WP/2011/281. M.: TsEhMI RAN, 2011
2. Ajvazyan S.A., Afanas'ev M.Yu., Rudenko V.A. Issledovanie zavisimosti sluchajnykh sostavlyayuschikh ostatkov v modeli stokhasticheskoy granitsy. // Prikladnaya ehkonometrika. — 2014. — №2(34). — S. 3–18
3. Blagoveschenskij, Yu.N. Osnovnye ehlementy teorii kopul // Prikladnaya ehkonometrika. — 2012.— №2(26)— S. 113-130
4. Ajvazyan, S.A., Afanas'ev, M.Yu., Rudenko, V.A. Nekotorye voprosy spetsifikatsii trekhfaktornykh modelej proizvodstvennogo potentsiala kompanii, uchityvayuschikh intellektual'nyj kapital // Prikladnaya ehkonometrika.— 2012.— №3(27).— S. 36-69
5. Ajvazyan S.A., Afanas'ev M.Yu., Kudrov A.V. Metod klasterizatsii regionov RF s uchetom otraslevoj struktury VRP. // Prikladnaya ehkonometrika. — 2016.— № 1 (41).— S. 24–46.

Применение методики спецификации производственной функции в расширенном классе моделей стохастической границы

Руденко . А.

*Центральный экономико-математический институт РАН
Москва, Нахимовский проспект, 47*

Аннотация

Получение обоснованных оценок технической эффективности является важным инструментом для принятия верных управленческих решений различного уровня. Так, на микроэкономическом уровне, исходя из результатов анализа эффективности компаний, можно делать выводы о качестве работы персонала или о необходимости модернизации системных процессов. На региональном уровне оценки эффективности позволяют сформулировать предположения о необходимости дополнительного финансирования или перераспределения ресурсов. Для решения подобных задач возникает необходимость в разработке методики получения обоснованных оценок эффективности. В работе приведена апробация на реальных и смоделированных данных методики, основанной на расширенной концепции стохастической производственной функции с учетом возможной зависимости компонент ошибки.

Ключевые слова: Стохастическая производственная функция, копулы, независимость случайных величин, техническая эффективность, интеллектуальный капитал

Дата публикации: 03.02.2019

Ссылка для цитирования:

Руденко В. А. Применение методики спецификации производственной функции в расширенном классе моделей стохастической границы // Вестник ЦЭМИ РАН. 2018. Выпуск 4 [Электронный ресурс]. Доступ для зарегистрированных пользователей. URL: <https://cemi.jes.su/s265838870000167-6-1/> (дата обращения: 17.02.2020). DOI: 10.33276/S0000167-6-1