Вестник ЦЭМИ РАН. 2018-2023

ISSN 2658--3887

URL - <http://cemi.jes.su>

Все права защищены

Выпуск 4 Том 1. 2018

Динамическая модель организации грузоперевозок с возрастающей нагрузкой на узловые станции

Хачатрян Нерсес Карленович

Центральный экономико-математический институт РАН

Москва, Нахимовский проспект, 47

Аннотация

Рассматривается модель организации железнодорожных грузоперевозок на протяженном участке пути между двумя узловыми станциями, соединенными большим количеством промежуточных станций. Предполагается, что между произвольными двумя станциями расположен перегон для временного хранения части грузов. Движение грузопотока осуществляется в одном направлении. Для обеспечения бесперебойного движения грузопотока используются две технологии, единые для всех станций. Первая технология основана на процедуре взаимодействия станции, как с соседними станциями, так и с соседними перегонами. Вторая технология использует технические возможности самой станции и основана на взаимодействии станции с соседними перегонами. Для грузоперевозок используется простая система контроля, состоящая в измерении объемов перевозимых грузов на соседних станциях с единым лагом времени. Ранее было проведено исследование динамики числа задействованных путей на станциях и ее зависимости от параметров модели в случае невозрастающей по времени нагрузке на узловые станции. В данной статье исследуется указанная динамика и ее зависимость от параметров модели при возрастающей нагрузке на узловые станции.

Ключевые слова: станция, организация грузоперевозок, математическая модель, дифференциальные уравнения, динамика, численная реализация.

Дата публикации: 03.02.2019

Ссылка для цитирования:

1 Введение

2 Одной из главных отраслей любого государства, выполняющих для него связующую, коммуникационную и обеспечивающую функции, является транспорт. Для правильной организации движения на транспортной сети используются системы управления, основанные на математических моделях, одной из основных функций которых является моделирование транспортных потоков. Этой проблеме посвящено большое количество публикаций [1]-[19]. Данная статья посвящена моделированию потоков на железнодорожном транспорте. В ней изучается процесс организации железнодорожных грузоперевозок между двумя узловыми станциями, соединенными железнодорожной линией, которая содержит определенное количество промежуточных станций [20]-[23]. Предполагается, что между произвольными соседними станциями существует межстанционный перегон, где временно может храниться часть грузов (в специальной зоне хранения). Движение грузопотока осуществляется в одном направлении.

3 На произвольную промежуточную станцию груз может поступить как с предыдущей станции, так и с перегона и отправляться с него либо на следующую станцию, либо на перегон. Каждая станция в произвольный момент времени характеризуется количеством задействованных путей. Обозначим через $z_i(t)$, $i = 0, 1, \dots, m+1$ число задействованных путей на i -ой станции в момент времени t . Максимальное количество задействованных путей на станциях, при котором функционирует режим наращивания числа путей за счет грузов с перегона, обозначим через Δ . При превышении числа задействованных путей данного значения часть грузов временно отправляется в зону хранения. Организация грузопотока осуществляется с помощью двух технологий. Подробное описание этих технологий приведено в работах [20]-[22].

4 Для грузоперевозок используется простая система контроля. Она заключается в том, что объемы грузов на соседних станциях должны совпадать с единым лагом времени.

5 Динамика числа задействованных путей на станциях задается системой дифференциальных уравнений

$$6 \quad \dot{z}_0(t) = \psi_1(t) - \alpha z_0 + \alpha z_1 + \varphi_0(z_0), \quad t \in [0, +\infty), \quad (1)$$

$$7 \quad \dot{z}_i(t) = \alpha z_{i-1} - 2\alpha z_i + \alpha z_{i+1} + \varphi_i(z_i), \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad t \in [0, +\infty), \quad (2)$$

$$8 \quad \dot{z}_{m+1}(t) = \alpha z_m - \alpha z_{m+1} - \psi_2(t) + \varphi_{m+1}(z_{m+1}), \quad t \in [0, +\infty), \quad (3)$$

9 а система контроля - нелокальными линейными ограничениями

$$10 \quad z_i(t) = z_{i+1}(t + \tau), \quad i = 0, 1, 2, \dots, m, \quad t \in [0, +\infty). \quad (4)$$

11 Параметр $\alpha > 0$ определяет нормативные правила взаимодействия в рамках первой технологии, а τ является характеристикой системы контроля. Функции $\psi_1(\cdot)$ и $\psi_2(\cdot)$ определяют, соответственно, интенсивность подачи грузов на начальную узловую станцию и интенсивность распределения грузов с конечной узловой

станции. Функции $\varphi_0(\cdot)$ и $\varphi(\cdot)$ определяют, соответственно, скорость изменения числа задействованных узлов обработки на начальной станции и скорость изменения числа задействованных узлов обработки на остальных станциях в рамках второй технологии. Описание свойств функций $\varphi_0(\cdot)$ и $\varphi(\cdot)$ дано в работах [20-22].

12 Класс решений системы (1)-(4) крайне узок. Это приводит к необходимости расширения класса решений системы (1)-(4) до класса квазирешений. Рассматривается два типа квазирешений. Первый тип допускает наличие разрывных решений, а второй – выполнение нелокальных линейных ограничений (4) с некоторой погрешностью [20]-[23].

13 Далее будем рассматривать только квазирешения второго типа. Приведем их точное определение.

14 **Определение.** Семейство абсолютно непрерывных функций $\{z_i(\cdot)\}_{i=0}^{m-1}$, определенных на $[0, +\infty)$, называется ε - квазирешением системы (1)-(4) второго типа с характеристикой τ , если при почти всех $t \in [0, +\infty)$ функции $z_i(\cdot)$ удовлетворяют системе (6)-(8) и выполняется условие

15 $|z_i(t) - z_{i+1}(t + \tau)| < \varepsilon, \quad i = 0, 1, 2, \dots, m, \quad t \in [0, +\infty). \quad \blacksquare \quad (5)$

16 Доказано, что такие квазирешения существуют в случае ограниченности функций $\psi_1(\cdot)$ и $\psi_2(\cdot)$. С помощью компьютерной реализации были исследованы свойства квазирешений с постоянными и периодическими функциями $\psi_1(\cdot)$, $\psi_2(\cdot)$ и функциями $\varphi(\cdot)$, $\varphi_0(\cdot)$, определенными следующим образом

17

$$\varphi(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ ax(\Delta - x), \quad a > 0 & \text{при } x \in [0, \Delta] \\ -c(x - \Delta), \quad c > 0 & \text{при } x \in (\Delta, +\infty) \end{cases}$$

18

$$\varphi_0(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq \Delta \\ -c_0(x - \Delta), \quad c_0 > 0 & \text{при } x \in (\Delta, +\infty). \end{cases}$$

19 Как показали численные эксперименты, начиная с некоторого момента времени i квазирешения второго типа находятся в некоторой окрестности значения Δ , радиус которой уменьшается с увеличением параметра α .

Следовательно, увеличивая параметр α можно получить квазирешение второго типа с произвольной характеристикой $\tau > 0$, для которого погрешность выполнения нелокальных линейных ограничений (4) будет сколь угодно малой.

20 Возникает следующий вопрос: будет ли иметь система (1)-(4) квазирешения второго типа в случае неограниченных функций $\psi_1(\cdot)$ и $\psi_2(\cdot)$. С практической точки зрения достаточно рассмотреть возрастающие функции $\psi_1(\cdot)$ и $\psi_2(\cdot)$, соответствующие предположению о том, что со временем нагрузка на узловые станции будет увеличиваться. В данной статье ограничимся линейными функциями: $\psi_1(t) = d + b_1 t$, $d \geq 0$, $b_1 > 0$, $\psi_2(t) = d + b_2 t$, $b_2 \geq 0$, причем $b_1 \geq b_2$.

21 Исследование системы (1)-(3) с линейными функциями $\psi_1(\cdot)$ и $\psi_2(\cdot)$

22 Для поиска квазирешений системы (1)-(4) исследуем вначале множество всех решений системы (1)-(3). Нас интересует как динамика решений, так и их зависимость от параметров модели: α , α^{c_0} , c , $\dots$.

23 Многочисленные эксперименты показали, что начиная с некоторого момента времени $\hat{t}$ все компоненты решения системы (1)-(3) являются линейными, т.е. если $\{\tilde{z}_i(\cdot)\}_{i=0}^{m+1}$ - решение системы (1)-(3), то

$$24 \quad \tilde{z}_i(t) = \alpha_i + \beta_i t, \quad i = 0, 1, \dots, m+1 \quad \text{для всех } t \geq \hat{t}.$$

25 Более того имеет место следующее неравенство

$$26 \quad \beta_0 > \beta_1 > \dots > \beta_m > \beta_{m+1}. \quad (6)$$

27 Стоит отметить, что значение $\hat{t}$, естественно, зависит от указанных параметров модели.

28 Исследуем зависимость решений системы (1)-(3) от параметров модели.

29 Начнем с параметров b_1 и b_2 , определяющих угловые коэффициенты функций $\psi_1(\cdot)$ и $\psi_2(\cdot)$, соответственно. Как показывают численные эксперименты, если $b_1 = b_2$, то независимо от остальных параметров начиная с момента времени $\hat{t}$, нулевая компонента $\tilde{z}_0(\cdot)$ решения системы (1)-(3) принимает постоянное значение, а остальные компоненты $\tilde{z}_i(\cdot)$, $i = 1, 2, \dots, m+1$ линейно убывают. Данную тенденцию можно увидеть на рис. 1. На нем представлен график решения системы (1)-(3) при следующих значениях параметров: $\alpha = 10$, $\alpha^{c_0} = 0.1$, $c_0 = c = 1$, $b_1 = b_2 = 0.1$.

Рис.1. Решения системы (1)-(3) при равных значениях b_1 и b_2

31 Если $b_2 < b_1$, то крайней мере нулевая компонента решения системы (1)-(3) является линейно возрастающей. На рис. 2 представлен график решения системы

(1)-(3) при небольшом уменьшении b_2 относительно первоначального значения равного b_1 при неизменных значениях других параметров $\alpha=10, \alpha=0.1, c_0=c=1, b_1=0.1, b_2=0.09$.

32

Рис.2. Решения системы (1)-(3) при небольшой разнице между b_1 и b_2 ($b_2 < b_1$)

Как видно из рис. 2 небольшое уменьшение b_2 привело к тому, что нулевая компонента решения системы (1)-(3) стала линейно возрастающей. По мере дальнейшего уменьшения b_2 вплоть до нуля количество возрастающих компонент увеличивается. Это сопровождается увеличением угловых коэффициентов β_i для всех $i=0, \dots, m+1$. Например, на рис. 3 приведен график решения системы (1)-(3) с $b_2=0.5$ при неизменных значениях других параметров.

34

Рис.3. Решения системы (1)-(3) при дальнейшем уменьшении b_2

При $b_2=0$, начиная с момента времени $\hat{t}$, компоненты решения системы (1)-(3) линейно возрастают, т.е. $\beta_i > 0$ для всех $i=0, \dots, m+1$. Это можно увидеть на рис.4.

36

Рис.4. Решения системы (1)-(3) с $b_2=0$

Перейдем к исследованию зависимости решений системы (1)-(3) от параметра a . Как показывают численные эксперименты, увеличение данного параметра приводит перемещению значения $\hat{t}$ вправо. Напомним, что $\hat{t}$ - момент

времени, начиная с которого компоненты решения системы (1)-(3) становятся линейными. Это можно увидеть, если сравнить рис. 3 и рис. 5.

38

Рис.5. Решения системы (1)-(3) с увеличенным значением параметра a

39

На рис. 5 представлен график решения системы (1)-(3) при следующих значениях параметров: $\alpha = 10, a = 0.3, c_0 = c = 1, b_1 = 0.1, b_2 = 0.05$, т.е. по сравнению с набором параметров соответствующих рис. 3, изменен только параметр (со значения 0.1 до 0.3). При этом угловые коэффициенты β_i не меняются.

40

Зависимость решений системы (1)-(3) от параметров c_0 и c практически одинаковая. С их увеличением все угловые коэффициенты β_i уменьшаются, причем, вплоть до отрицательных значений, кроме β_0 (если до увеличения указанных параметров они были положительными). Небольшая разница заключается лишь в том, что с увеличением параметра c_0 уменьшение β_0 происходит сильнее, чем с увеличением параметра c . На рис. 6 приведен график решения системы (1)-(3) со следующими значениями параметров: $\alpha = 10, a = 0.1, c_0 = 3, c = 1, b_1 = 0.1, b_2 = 0.05$, т.е. по сравнению с набором параметров соответствующих рис. 3, изменен только параметр c_0 (со значения 1 до 3).

Рис.6. Решения системы (1)-(3) с увеличенным значением параметра α

Наконец перейдем к исследованию зависимости решений системы (1)-(3) от параметра α . Как показали численные эксперименты, увеличение данного параметра приводит к уменьшению разности между соседними угловыми коэффициентами β_i , т.е. для любого $i = 0, \dots, m$ величина $\beta_i - \beta_{i+1}$ убывает по мере увеличения параметра α . Данную тенденцию можно увидеть на рис. 7

43

Рис.7. Решения системы (1)-(3) с увеличенным значением параметра

На нем приведен график решения системы (1)-(3) со следующими значениями параметров: $\alpha = 20$, $\alpha = 0.1$, $c_0 = c = 1$, $b_1 = 0.1$, $b_2 = 0.05$, т.е. по сравнению с набором параметров соответствующих рис. 3 изменен только параметр α (со значения 10 до 20).

45

Перейдем к анализу полученных результатов. Как было отмечено выше, начиная с некоторого момента времени $\hat{t}$ все компоненты решения системы (1)-(3)

при любых значениях параметров модели являются линейными, причем с разными угловыми коэффициентами (неравенство 6). Сами угловые коэффициенты зависят от параметров модели. Это говорит о том, что для любых $\varepsilon > 0$ и $\tau > 0$ неравенство (5) будет нарушено с некоторого момента времени $\tilde{\tau}$, зависящего от параметров модели. Следовательно, система (1)-(4) не имеет квазирешений второго типа. С практической точки зрения важно, чтобы неравенство (5) выполнялось для достаточно малых $\varepsilon > 0$ на большом отрезке времени. Таким образом, управляя определенными параметрами модели необходимо добиться увеличения значения $\tilde{\tau}$. Проведенный численный анализ позволяет утверждать, что этого можно достичь с помощью увеличения параметра α . Напомним, что как показали численные эксперименты, это приводит к сближению угловых коэффициентов компонент решений системы (1)-(3) друг другу.

Библиография:

1. Галабурда В. Г. Совершенствование технологии перевозок и увеличение пропускной способности железных дорог. - М.: МИИТ, 1983. 124 с.
2. Галабурда В. Г. Оптимальное планирование грузопотоков. - М.: Транспорт, 1985. 256 с.
3. Авен О.И., Ловецкий С. Е., Моисеенко Г. Е. Оптимизация транспортных потоков. М.: Наука, 1985. 166 с.
4. Васильева Е.М., Игудин Р.В., Лившиц В.Н. Оптимизация планирования и управления
5. транспортными системами. М.: Транспорт, 1987.
6. Бланк М.Л. Точный анализ динамических систем, возникающих в моделях транспортных потоков // УМН. 2000. Т. 55(333), №3. С. 167–168.
7. Швецов В.И. Алгоритмы распределения транспортных потоков // Автоматика и телемеханика. 2009. №10. С. 148–157.
8. Сухинова А. Б., Трапезникова М.А., Четверушкин Б.Н., Чубарова Н. Г. Двумерная макроскопическая модель транспортных потоков // Математическое моделирование. 2009. Т. 21, №2. С. 118–126.
9. Рубцов А.О., Тарасов А.С. Моделирование железнодорожных перевозок на территории России // Труды Института системного анализа Российской академии наук. 2009. № 46. С. 274–278.
10. Левин Д.Ю. Моделирование процессов перевозки // Мир транспорта. 2010. Т. 8. № 5 (33). С. 48–55.
11. Холодов Я.А., Холодов А.С., Гасников А.В., Морозов И.И., Тарасов В.Н. Моделирование транспортных потоков - актуальные проблемы и пути их решения

// Труды МФТИ (специальный выпуск, посвященный математическому моделированию транспортных потоков) / Под ред. акад. В.В. Козлова. 2010. Т. 2, №4(8). С. 152–162.

12. Leventhal T., Nemhauser G. L., Trotter L. Jr. A column generation algorithm for optimal traffic assignment // Transportation Science. 1973. №7. P. 168–176.

13. Daganzo C. F. Fundamentals of transportation and traffic operations. N.Y.: Elsevier Science Inc., 1997.

14. Kerner B. S. Congested Traffic Flow: Observations and Theory // Transportation Research Record. 1999. V. 1678. P. 160–167.

15. Kerner B. S. Theory of Congested Traffic Flow: Self-Organization without Bottlenecks // In: Transportation and Traffic Theory, edited by A. Ceder. London: Elsevier Science, 1999. P. 147–171.

16. Kerner B. S. Introduction to modern traffic flow theory and control. The long road to three-phase traffic theory. Springer, 2009.

17. Bar-Gera H. Origin-based algorithm for the traffic assignment problem // Transportation Science. 2002. V. 36, №4. P. 398–417.

18. Munoz J.C., Daganzo C. F. Traffic and Transportation Theory. Editor M. A. P. Taylor. Oxford: Pergamon, 2002. P. 441–462.

19. de Jong G., Gunn H.F., Walker W. National and international freight transport models: an overview and ideas for further development // Transport Reviews. 2004. Vol. 24. No. 1. P. 103–124.

20. Buslaev A. P., Gasnikov A. V., Yashina M. V. Selected mathematical problems of traffic flow theory // International Journal of Computer Mathematics. 2012. V. 89, №3. P. 409–432.

21. L.A. Beklaryan, N.K. Khachatryan. Traveling wave type solutions in dynamic transport models // Functional differential equations. 2006. V. 13, №12. P. 125–155.

22. Бекларян Л.А., Н.К. Хачатрян. Об одном классе динамических моделей грузоперевозок // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2013. Т.53, № 10. С. 1649–1667.

23. Khachatryan N.K, Akopov A.S. Model for organizing cargo transportation with an initial station of departure and a final station of cargo distribution // Business Informatics. 2017. No.1. P. 25–35.

24. Khachatryan N.K, Akopov A.S., Belousov F.A. About quasi-solutions of traveling wave type in models for organizing cargo transportation// Business Informatics, 2018, no. 1 (43), pp. 61–70.

Dynamic model of organization of cargo transportation with increasing load on the nodal stations

Nerses Khachatryan

CEMI RAS

Moscow, Nakhimovky prospect 47

Abstract

The model of the organization of railway cargo transportation on the long section of the way between two nodal stations connected by a large number of intermediate stations is considered. It is assumed that between any two stations is interexchange railway track for temporary storage of goods. The movement of cargo happens in one direction. To ensure the smooth movement of cargo traffic, two technologies are used, which are common for all stations. The first technology is based on the procedure of interaction of the station, both with neighboring stations and with neighboring interexchange railway track. The second technology uses the technical capabilities of the station and is based on the interaction of the station with neighboring interexchange railway track. For cargo transportation, a simple control system is used, which consists in measuring the volume of transported goods at neighboring stations with a single time lag. Earlier, the dynamics of the number of paths involved at the stations and its dependence on the model parameters in the case of non-increasing time load on the node stations were studied. This article examines the indicated dynamics and its dependence on the model parameters at the increasing load on the node stations.

Keywords: station, organization of cargo transportation, mathematical model, differential equations, dynamic, numerical realization.

Date of publication: 03.02.2019

Citation link:

Khachatryan N. Dynamic model of organization of cargo transportation with increasing load on the nodal stations // Herald of CEMI. – 2018. – V. 1. – Issue 4.

URL: <https://cemi.jes.su/s265838870000155-3-1/>. DOI: 10.33276/S0000155-3-1