Вестник ЦЭМИ РАН. 2018-2023

ISSN 2658--3887

URL - <http://cemi.jes.su>

Все права защищены

Выпуск 2 Том 1. 2018

Однопродуктовая динамическая модель замещения производственных фондов

Борисова Светлана Валерьевна

*Центральный экономико-математический институт РАН
Российская Федерация, Москва, Нахимовский проспект, 47*

Аннотация

Представлена однопродуктовая динамическая модель экономики, позволяющая исследовать характер оптимальных сроков функционирования производственных фондов. Поиск оптимальной стратегии обновления фондов осуществляется с использованием двух качественно разных критериев: принципа дифференциальной оптимизации и принцип интегральной оптимизации.

Ключевые слова: производственные фонды, оптимальная траектория, дифференциальная оптимизация, интегральная оптимизация

Дата публикации: 13.12.2018

Ссылка для цитирования:

Борисова С. В. Однопродуктовая динамическая модель замещения производственных фондов // Вестник ЦЭМИ РАН. – 2018. – Т. 1. – Выпуск 2.
URL: <https://cemi.jes.su/s111111110000107-0-1/>. DOI: 10.33276/S0000107-0-1

¹ Успешное функционирование промышленных предприятий определяется во многом эффективностью использования факторов производственной деятельности и в первую очередь основных фондов. Основные производственные фонды требуют систематического обновления, в том числе с учетом новейших технических и научных достижений. С научно-техническим прогрессом связано появление новой важной характеристики производства: сопоставимость времени жизни основных фондов и трудовых ресурсов. Такие модели впервые были

введены и исследованы Л.В.Канторовичем [1]. Принципиально новым в модели Канторовича является введение новой функции $m(t)$, являющейся эндогенной переменной модели, – временной границы использования фондов: все фонды, созданные ранее этого момента, в момент t выводятся из производства. Эффективность производства в любой момент времени t определяется производственной функцией Кобба-Дугласа. $U(t) = f(t)\chi^B(t)\Phi^S(t)$, в которой функция $f(t)$ отражает уровень развития научно-технического прогресса в момент времени t ; функция $\chi(t)$ описывает интенсивность ввода капиталовложений, идущих на увеличение фондов и замену выбывающих из производства фондов; функция $\Phi(t)$ определяет интенсивность ввода трудовых ресурсов, занятых на создаваемых фондах. Функции $f(t)$ и $\chi(t)$ – абсолютно непрерывные функции, с производной непрерывной справа; $\Phi(t)$ – неотрицательная кусочно-непрерывная справа функция. Национальный доход $P(t)$ в каждый момент времени t определяется следующим образом:

$$2 \quad P(t) = \int_{m(t)}^t f(\tau)\chi^B(\tau)\Phi^S(\tau)d\tau. (1)$$

3 В каждый момент времени t задан объем трудовых ресурсов $T(t)$:

$$4 \quad T(t) = \int_{m(t)}^t \Phi(\tau)d\tau; (2)$$

5 В рамках модели (1)-(2) Л.В.Канторовичем был предложен принцип дифференциальной оптимизации, согласно которому способ вывода устаревших и структура вновь созданных основных фондов являются оптимальными, если они обеспечивают максимальный темп роста национального дохода в каждый момент времени. Для модели (1)-(2) было получено аналитическое решение и исследовано асимптотическое поведение решений при $t \rightarrow \infty$ [2].

6 Модель Канторовича позволяет управлять динамикой сворачивания устаревших фондов, предполагая, что срок ввода в производство новых фондов ничтожно мал по сравнению со временем службы фондов. Однако, интенсивный научно-технический прогресс, ведущий к высоким темпам обновления технологий и сопутствующим им расширению, реконструкции и техническому перевооружению действующего производства, ставит вопрос не только о поиске оптимальных сроков службы фондов, но и режимов ввода новых фондов, поскольку в современных высокотехнологических производствах появилась еще одна важная тенденция: продолжительность службы основных фондов сопоставима с периодом их ввода на проектную мощность. Поэтому при моделировании политики обновления основных фондов необходимо также учитывать сроки освоения новых фондов.

7 В модели Канторовича инерционность при вводе новых фондов не учитывается, считается, что вводимые фонды имеют мгновенную отдачу. Кроме того, в модели нет ограничения на скорость процедуры вывода устаревших фондов, т. е. фонды могут быть выведены из производства сколь угодно быстро. Поэтому было предложено развитие модели Канторовича в виде однопродуктовой динамической модели экономики, учитывающей инерционные свойства как выводимых, так и вводимых основных фондов [3]. Для этого в модель введена

дополнительная характеристика, определяющая момент запуска новой технологии, полностью осваиваемой к текущему моменту времени.

8 Задача ввода/вывода основных фондов моделируется с помощью функций $m(t)$ – временной границы использования фондов, и $a(t)$ ($m(t) \leq a(t) \leq t$, $m(t)$)

9 **Рассматриваемая экономическая система описывается следующими соотношениями:**

10 **национальный доход в каждый момент времени**

$$11 \quad P(t) = \int_{m(t)}^{\alpha(t)} f(\tau) \chi^B(\tau) \Phi^S(\tau) d\tau; (3)$$

12 **уравнение баланса активных трудовых ресурсов**

$$13 \quad \int_{m(t)}^{\alpha(t)} \Phi(\tau) d\tau = T_a(t); (4)$$

14 **уравнение баланса пассивных трудовых ресурсов**

$$15 \quad \int_{\alpha(t)}^t \Phi(\tau) d\tau = T_p(t); (5)$$

16 **ограничения на скорость процедуры замещения устаревших фондов и ввода новых**

$$17 \quad 0 \leq m'(t) \leq M, \alpha'(t) \geq 0. (6)$$

18 **Выбор функций $\{m(t), \alpha(t), \Phi(t)\}$ определяет стратегию ввода новых, более совершенных фондов и вывода устаревших фондов, т.е функции $m(\cdot)$, $a(\cdot)$, $\Phi(\cdot)$ являются управлениями для модели (3)-(6). Поиск оптимальной стратегии обновления фондов осуществляется с использованием двух качественно разных критериев: 1) максимизация темпа роста национального дохода в каждый момент времени (принцип дифференциальной оптимизации); 2) максимизация национального дохода за плановый период времени (принцип интегральной оптимизации).**

19 **Принцип дифференциальной оптимизации. Задача, определяющая оптимальную (с точки зрения принципа дифференциальной оптимизации) политику ввода/вывода фондов, имеет следующий вид: при заданном начальном состоянии системы: $\hat{t}$, $\hat{m} = m(\hat{t})$, $\hat{\alpha} = \alpha(\hat{t})$, $\hat{m} \leq \hat{\alpha} \leq \hat{t}$, $\hat{m} < \hat{t}$, $\Phi(\hat{t})$, $t \in [\hat{t}, \hat{t}]$ функции $m(\cdot)$, $a(\cdot)$, $\Phi(\cdot)$ при каждом $t \in [\hat{t}, +\infty[$ задают решение следующей экстремальной задачи**

$$20 \quad f(\alpha(t)) \chi^B(\alpha(t)) \Phi^S(\alpha(t)) \alpha'(t) - f(m(t)) \chi^B(m(t)) \Phi^S(m(t)) m'(t) \rightarrow \max_{\alpha(\cdot), m(\cdot), \Phi(\cdot)} (7)$$

$$21 \quad \Phi(\alpha(t)) \alpha'(t) - \Phi(m(t)) m'(t) = T_a'(t), (8)$$

$$22 \quad \Phi(t) - \Phi(\alpha(t)) \alpha'(t) = T_p'(t), (9)$$

$$23 \quad 0 \leq m'(t) \leq M, \alpha'(t) \geq 0, \Phi(t) \geq 0. (10)$$

24 **Для задачи (7)-(10) в [3] получено аналитическое решение, доказана теорема существования и единственности решения, описаны все режимы, реализуемые системой, и возможные переходы с режима на режим. Решение представляет собой дифференциальные уравнения относительно переменных**

$m(\cdot)$, $a(\cdot)$ и уравнение связи относительно переменных $m(\cdot)$, $a(\cdot)$, $\Phi(\cdot)$, которые являются очень сложными для аналитических исследований, в частности, для исследования асимптотического поведения решений. Поэтому был построен алгоритм для численной реализации аналитического решения и проведен ряд экспериментов [4].

25 Анализ полученных численных реализаций решения в зависимости от параметра k , определяющего политику распределения общего объема трудовых ресурсов $T(t)$ на активные и пассивные, показал, что:

26 1) при достаточно больших значениях t траектории, определяющие срок службы фондов $m(t)$ и срок освоения новых фондов $a(t)$, выходят на магистральный режим. При каждом значении параметра k для функций $m(t)$, $a(t)$ имеют место трендовые траектории линейного вида $m(t) \approx t - C_1$, $a(t) \approx t - C_2$, $C_i > 0$, $i=1,2$. При этом вдоль трендовой траектории происходит чередование интервалов освоения новых более совершенных фондов и активного выведения устаревших фондов (с максимально возможной скоростью M);

27 2) при увеличении доли активных трудовых ресурсов (увеличение параметра k) продолжительность периодов освоения и активного выведения устаревших фондов уменьшается;

28 3) увеличение доли активных трудовых ресурсов (увеличение параметра k) ведет к уменьшению сроков службы фондов ($t-m(t)$) и срока освоения новых фондов ($t-a(t)$);

29 4) увеличение доли активных трудовых ресурсов (увеличение параметра k) ведет к увеличению сроков эксплуатации фондов ($a(t)-m(t)$).

30 Исследование устойчивости решений относительно начальных данных в общем случае показало, что функции $m(t)$, $a(t)$ устойчивы относительно начальных значений $\hat{m}$, $\hat{a}$, $\hat{i}$, а в случае постоянных трудовых ресурсов, как активных, так и пассивных, имеет место устойчивость и относительно начальной функции $\Phi(t)$, т.е. при больших t значения функций $m(t)$, $a(t)$ не зависят от начальных значений $\hat{m}$, $\hat{a}$, $\hat{i}$ и начальной функции $\Phi(t)$.

31 Принцип интегральной оптимизации. В данном случае рассматривается совокупный национальный доход на плановом отрезке времени $[0, T]$, определяемый следующим выражением

$$32 \quad P = \int_0^T e^{-\lambda t} \left[\lambda \int_{m(t)}^{a(t)} f(\tau) \chi^B(\tau) \Phi^S(\tau) d\tau + (1-\lambda) \int_{a(t)}^t h(\tau) f(\tau) \chi^B(\tau) \Phi^S(\tau) d\tau \right] dt, \quad (11)$$

33 где λ , $0 \leq \lambda \leq 1$, - параметр, характеризующий потенциальный вклад в национальный доход осваиваемых фондов; функция $h(\tau)$ характеризует снижение эффективности производственных фондов, введенных в производство в момент времени $m(t)$ и полностью выводимых из производства в момент времени t .

34 Тогда задача поиска оптимальной политики вывода старых и ввода новых, более совершенных, фондов на основе принципа интегральной оптимизации имеет следующий вид:

$$35 \quad \int_0^T e^{-\lambda t} \left[\lambda \int_{m(t)}^{\alpha(t)} f(\tau) \chi^B(\tau) \Phi^S(\tau) d\tau + (1-\lambda) \int_{\alpha(t)}^t h(\tau) f(\tau) \chi^B(\tau) \Phi^S(\tau) d\tau \right] dt \rightarrow \max_{m(\cdot), \alpha(\cdot), \Phi(\cdot)} \quad (12)$$

36 *при следующих соотношениях:*

37 *уравнения баланса трудовых ресурсов*

$$38 \quad \int_{m(t)}^{\alpha(t)} \Phi(\tau) d\tau = T_a(t), \quad \int_{\alpha(t)}^t \Phi(\tau) d\tau = T_p(t) \quad (13)$$

39 *и задано начальное состояние системы*

$$40 \quad m(0) = \hat{m}, \quad \alpha(0) = \hat{\alpha}, \quad \Phi(s) \equiv \hat{\Phi}(s), \quad s \in [\hat{m}, 0]. \quad (14)$$

41 *Для решения оптимизационной задачи (12)-(14) может быть использован принцип максимума Понтрягина. Однако полного аналитического решения в данном случае получить не удастся. В связи с этим был построен и исследован дискретный аналог задачи (12)-(14) в зависимости от изменения параметра k для различных значений параметра λ , характеризующего потенциальный вклад в национальный доход осваиваемых фондов, и различных начальных данных $\hat{m}$, $\hat{\alpha}$ [4].*

42 *Численные эксперименты показали, что при достаточно большом T для траекторий $m(t)$, $a(t)$ справедливы следующие выводы:*

43 *1) при больших t для сроков службы и сроков освоения фондов имеют место трендовые траектории линейного вида с постоянным запаздыванием;*

44 *2) для $\lambda \in (0, 0.9]$ вдоль трендовых траекторий происходит чередование интервалов освоения новых более совершенных фондов и активного вывода старых фондов, причем с увеличением доли активных трудовых ресурсов k продолжительность интервалов освоения новых фондов и активного вывода старых фондов сокращаются;*

45 *3) с увеличением доли активных трудовых ресурсов k сроки службы и освоения новых фондов ($t-m(t)$ и $t-a(t)$ соответственно) уменьшаются;*

46 *4) с увеличением доли активных трудовых ресурсов k срок эксплуатации фондов ($a(t) - m(t)$) увеличивается.*

47 *Имеет место устойчивость функций $m(t)$, $a(t)$ только относительно начального значения $\hat{\alpha}$ при 0.9*

48 *Для принципа интегральной оптимизации рассматривался случай, когда задается только общий объем трудовых ресурсов (без разделения на активные и пассивные трудовые ресурсы). Такая постановка позволила проанализировать, способна ли система самостоятельно осуществлять разделение трудовых ресурсов на активные и пассивные, и насколько эффективно (с точки зрения получаемого национального дохода). Оказалось, что модель без принудительного разделения трудовых ресурсов на активные и пассивные дает более высокий результат, что естественно, поскольку в этом случае у системы имеется более широкий выбор для оптимизации своего функционирования. Таким образом, встает вопрос о необходимости разработки отдельных механизмов перераспределения трудовых ресурсов*

внутри системы. Кроме того, следует учитывать и тот факт, что для вводимых фондов, связанных с введением новой, более совершенной, технологии, требуются и более квалифицированные трудовые ресурсы, чем те, что высвобождаются с выводимых фондов.

Библиография:

1. Канторович Л.В., Горьков Л.И. Функциональные уравнения однопродуктовой модели/ Докл. АН СССР. 1959. 129. №4. с.732.

2. Канторович Л.В., Жиянов В.И., Хованский А.Г. Принцип дифференциальной оптимизации в применении к однопродуктовой динамической модели экономики// Сибирск. матем. ж. 1978. Т.XIX. №5. с. 1053-1064.

3. Бекларян Л.А., Борисова С.В. Об одной динамической модели замещения производственных мощностей// Экономика и матем. методы. 2002. Т. 38. №3. с. 73-93.

4. Бекларян Л.А., Борисова С.В., Хачатрян Н.К. Однопродуктовая динамическая модель замещения производственных фондов. Магистральные свойства // Ж. вычислительной математики и математической физики. 2012. Т 52. №5. с. 801-817.

SINGLE-PRODUCT DYNAMIC MODEL OF REPLACING PRODUCTION ASSETS

Svetlana Borisova

CEMI RAS

Russian Federation, Moscow, Nachimovky prospect 47

Abstract

A single-product dynamic model of economy which allows to study the character of optimal terms of production assets functioning. The search for the optimal strategy of assets renewal is carried out using two qualitatively different criteria: the principle of differential optimization and the principle of integral optimization.

Keywords: production assets, optimal trajectory, differential optimization, integral optimization

Date of publication: 13.12.2018

Citation link:

Borisova S. SINGLE-PRODUCT DYNAMIC MODEL OF REPLACING PRODUCTION ASSETS // Herald of CEMI. – 2018. – V. 1. – Issue 2.

URL: <https://cemi.jes.su/s11111110000107-0-1/>. DOI: 10.33276/S0000107-0-1

Код пользователя: 0; Дата выгрузки: 26.04.2023; URL - <http://cemi.jes.su/s11111110000107-0-1/> Все права защищены.