

## Превентивные ремонты машин в модели типа Кидзимы

**Смоляк Сергей Абрамович**

*Центральный экономико-математический институт РАН*

*Российская Федерация, 107564 Москва, Краснобогатырская улица, 27 кв. 129*

### Аннотация

Предлагается новый подход к выбору оптимальной политики превентивных ремонтов машин, когда оптимизация процесса использования машины становится необходимым этапом ее стоимостной оценки. Этот подход применен к машинам, состояние которых ухудшается в процессе эксплуатации и частично восстанавливается после ремонта, аналогично тому, как это происходит в моделях Кидзимы. Машины подвергаются случайным отказам двух типов, вызывающим необходимость утилизации или аварийного ремонта. Решение задачи сведено к интегральному уравнению с запаздывающим аргументом, выявлены некоторые его свойства, приведен пример численного решения. Построенная модель позволяет сравнительно просто учесть влияние инфляции и налогообложения.

**Ключевые слова:** машины, отказы, ремонтная политика, оптимизация, рыночная стоимость, стоимостная оценка, эффективный возраст, модели Кидзимы

**Дата публикации:** 13.12.2018

**Ссылка для цитирования:**

Смоляк С. А. Превентивные ремонты машин в модели типа Кидзимы // Вестник ЦЭМИ РАН. – 2018. – Выпуск 2 [Электронный ресурс]. URL: <https://cemi.jes.su/s111111110000091-3-1/> (дата обращения: 03.09.2021). DOI: 10.33276/S0000091-3-1

1

## 1. Введение

1

При использовании установки, машины или оборудования (далее – машины), подверженной случайным отказам, ее владелец придерживается определенной ремонтной политики, которая позволяет в любой момент времени дать однозначные ответы на вопросы:

2 1) что лучше – продолжить работу машины, которая еще не отказала, провести ей превентивный ремонт или утилизировать?

3 2) что лучше – отремонтировать отказавшую в данный момент машину или утилизировать ее?

4 Задача выработки оптимальной ремонтной политики имеет междисциплинарный характер, хотя обычно она сводится к нормированию межремонтных циклов (МРЦ) [1]. Ее частным случаем является и задача оптимизации сроков службы. Известны различные методы ее решения, однако экономической ее стороне пока еще уделялось недостаточно внимания. Исключение составляют работы [2,3,4,5] и др., где оптимизируются только сроки службы машин или длительности МРЦ без учета случайных отказов. Мы рассматриваем эту задачу как необходимый этап стоимостной оценки машин. Для этого введем необходимые определения (принятая далее терминология иногда отличается от принятой в соответствующей области науки и техники).

5 **Машины.** Будем вести речь о машинах только одной *марки* (модели, модификации), находящиеся в разном техническом *состоянии*. Машина считается единым целым, ее элементы (узлы, детали) не выделяются. Процесс *использования* машины включает *работу* (использование по назначению), *ремонт* и *утилизацию*. Владельцами машин считаются коммерческие структуры – компании, а не домашние хозяйства. Все машины производятся серийно и продаются на *первичном* рынке в одном и том же *новом состоянии*. Машины, использовавшиеся владельцем, считаются *подержанными* и продаются на *вторичном* рынке. Работать машина может единственным способом, производя определенный *продукт* (товар, работу или услугу), возможно - агрегированный. *Производительность* машины – это количество продукта, производимого ею в единицу времени.

6 С использованием машины у ее владельца возникают *производственные затраты* (на приобретение всех, кроме самой машины, видов ресурсов, необходимых для производства продукта) и *затраты на ремонты* (аварийные и превентивные). Кроме того, владельцу необходимо уплачивать налоги, о чем будет говориться в разделе 5. Как показывает практика, в процессе работы производительность машин снижается, годовые производственные затраты растут, а техническое состояние ухудшается – такой процесс именуют физическим изнашиванием или износом.

7 **Отказы.** В общем случае машина подвергается случайным отказам трех типов. Отказы *первого* типа – «мелкие», обычно их именуют «сбоями». Последствия сбоев устраняются текущими ремонтами (ТР), а для снижения их вероятности проводится техническое обслуживание (ТО). Нам удобно не рассматривать сбой вообще. Поэтому мы принимаем, что ТО и ТР осуществляются в процессе работы, а затраты на них входят в состав производственных затрат. Отказы *второго* типа будем называть «катастрофами» и считать, что после них машина подлежит утилизации. Отказы *третьего* типа назовем «авариями». Машину, попавшую в аварию, можно утилизировать или подвергнуть *капитальному ремонту* (других видов ремонта мы не учитываем и термин «капитальный» далее будет опускаться). Потоки аварий и катастроф мы считаем пуассоновскими, интенсивность которых может зависеть от технического состояния машины.

8 **Утилизация.** Утилизация – последний этап использования машины. Утилизация обычно требует затрат, но приносит и определенные доходы (например, от продажи металлолома). Для упрощения принимается, что чистый доход от утилизации машины (т.е. утилизационные доходы за вычетом утилизационных расходов) – нулевой.

9 **Состояния.** Обычно состояние систем характеризуют техническим состоянием ее элементов. Так, в теории восстановления изучаются объекты или их элементы, которые могут находиться в исправном или неисправном состоянии [6], а переход объекта из неисправного состояния в исправное означает, по сути, его замену на аналогичный новый. Такого типа модели нам не подходят, поскольку исправных состояний у реальных машин много, а ремонт не восстанавливает машину до нового состояния. Разумеется, есть и модели, где исправных состояний несколько, правда производительность машин в них считается постоянной. Но их практическое применение затруднительно, поскольку для этого нужно, как минимум, иметь перечень однозначно понимаемых владельцами возможных состояний

машин.

10 На практике состояние машины часто описывается ее (хронологическим) возрастом. Этому отвечают модели оптимизации процесса использования машин, использующие зависимости характеристик машин разных видов от возраста [2,3,5]. Аналогичные зависимости стоимости машин от возраста используют и оценщики [7,8,9,10]. Однако надежность машин при этом не учитывается.

11 Более точно состояние машины отражает ее *наработка*. Для ряда машин построены и зависимости их характеристик от наработки. Однако покупателей на вторичном рынке, в основном, интересует возраст машин, но не их наработка, сведения о которой трудно проверить и легче фальсифицировать. Поэтому оценщики практически не используют соответствующие модели. Отметим и модели, где состояние машины описано двумя характеристиками. Так, в [3,5,11] оно описывалось порядковым номером межремонтного цикла и временем работы в этом цикле. Несколько иное описание предлагалось в [9,12]. Однако применимость подобных моделей проблематична в связи с отсутствием необходимой исходной информации.

12 Между тем, оценщики машин и зданий давно и успешно характеризуют их техническое состояние *эффективным возрастом* (ЭВ), отражающим возраст, отвечающий физическому состоянию и степени полезности объекта [13,14]. Более четко можно сказать, что это возраст аналогичного объекта, находящегося в том же техническом состоянии, который до этого момента все время использовался «нормальным», типичным для участников рынка способом. Для облегчения оценки ЭВ в литературе предлагаются разного рода методы. Так, в [8] предложено определять ЭВ машины как разность между ожидаемыми полным и остаточным сроками ее службы, либо путем умножения возраста машины на специальные коэффициенты, а в [15] приведены таблицы для перехода от хронологического к эффективному возрасту зданий.

13 В теории надежности понятие эффективного возраста использовал Масааки Кидзима<sup>1</sup> [16], используя, правда, термин «виртуальный возраст». В предложенных им моделях восстановления (см. ниже) удалось достаточно естественно соединить непрерывность процесса изменения состояния объекта в процессе работы со скачкообразным изменением этого состояния после ремонта. По этой причине модели Кидзимы сразу же получили развитие в огромном числе последующих работ. В настоящей статье мы также опираемся на них.

14 **Ремонты.** Состояние машины после ремонта улучшается, но не делается новым. Кидзима предложил две модели такого изменения – КI и КII. В них период использования машины разбивается на МРЦ, завершающиеся в момент очередного отказа. На протяжении каждого цикла эффективный возраст системы меняется синхронно с хронологическим (в первом цикле они просто совпадают). Если машина ремонтируется, ее ЭВ скачком уменьшается. В модели КI ЭВ после ремонта составляет определенную долю  $q$  от длительности прошедшего МРЦ, в модели КII – определенную долю  $q$  от возраста машины. Таким образом в модели КI ремонт частично устраняет износ, возникший в последнем МРЦ, а в модели КII частично устраняет весь накопленный ранее износ. При этом коэффициент  $q$ , будем именовать его *уровнем ремонта*, характеризует его качество.

15 Однако обе модели представляются нам недостаточно адекватными. Дело в том, что при капитальных ремонтах заменяют или ремонтируют отдельные элементы машины, устраняя некоторые последствия их износа, независимо от того, в каком МРЦ они возникли. При этом состояние машин разного возраста с одинаковым ЭВ после ремонта станет одинаковым, тогда как в модели КII оно будет разным. Учитывая это, логично предположить, что ЭВ машины после ремонта составляет определенную долю  $q$  от ее ЭВ доремонта. Такую модель естественно поставить в один ряд с моделями Кидзимы, и мы будем называть ее моделью КIII.

16 Затраты на ремонт машин в литературе исследовались. Так, в [3,17] они связывались с длительностью предшествующего МРЦ, в [18] и др. с порядковым номером ремонта. Мы связываем их с ЭВ ремонтируемой машины (хотя они зависят от состояния отдельных элементов машины).

17 При исследовании надежности систем большое внимание уделяется учету

продолжительности ремонтов. В нашем случае ситуация проще. Сроки службы машин обычно составляют несколько лет, тогда как их ремонт занимает не более нескольких месяцев. На этом основании мы будем пренебрегать длительностью ремонта, считая, что он осуществляется практически мгновенно.

18 Для формирования оптимальной ремонтной политики необходимо задать критерий ее оптимальности, чему посвящен раздел 2. Далее мы изложим основной вариант оптимизационной модели, в разделе 5 покажем, как он изменится в значительно более реалистичной ситуации, а в разделе 6 приведем результаты экспериментальных расчетов.

## 2. Критерий оптимальности ремонтной политики

19 Ремонтная политика является одним из элементов более общей системы управления активами коммерческих структур. Однако в рыночной экономике решения по управлению активами должны приниматься, прежде всего, по экономическим, а не техническим критериям. Поэтому и критерий оптимальности ремонтной политики должен быть экономическим, и, значит, учитывать не только неравноценность разновременных затрат, но и изменение производительности машин в процессе работы. С этих позиций необходимо отвергнуть критерии «затратного типа», используемые обычно [3,5,19,20]. Заметим теперь, что владельцы многих машин это компании, оперирующие на фондовом рынке. Особое внимание здесь уделяется величине и динамике рыночной стоимости (термин «рыночная» далее иногда будет опускаться) компаний, отражающей и благосостояние ее владельцев. Поэтому владельцы стараются принимать технические и управленческие решения, повышающие стоимость компании, и ставят ту же задачу перед менеджерами. К тому же, в отличие от использования иных критериев, оказалось, что ориентация на максимизацию стоимости компаний обеспечивает их долгосрочное и устойчивое развитие. Это обусловило широкое распространение появившейся в 1980-е годы концепции управления стоимостью (Value Based Management, VBM), которую позднее стали брать на вооружение и российские предприниматели. Из многочисленной литературы, излагающей методы управления стоимостью компаний, стоит упомянуть [21,22]. В соответствии с концепцией VBM на повышение стоимости компании должны быть направлены стратегические и оперативные решения на всех уровнях управления. Это относится и к ремонтной политике, которая должна ориентироваться на максимизацию стоимости компании или, что в данном случае эквивалентно, стоимости ее машинного парка. Такой критерий до сих пор в работах по проблемам надежности не использовался.

20 Но что такое рыночная стоимость? Согласно последним версиям Международных стандартов оценки (МСО), это не факт, а суждение оценщика о той «оценочной сумме, по которой актив или обязательство должны обмениваться на дату оценки между заинтересованным покупателем и заинтересованным продавцом в результате коммерческой сделки после проведения надлежащего маркетинга, при которой каждая из сторон действовала бы, будучи хорошо осведомленной, расчетливо и без принуждения» [23]. Разъяснения данного определения занимает в МСО несколько страниц, и мы не будем на этом останавливаться.

21 Для оценки стоимости машин обычно используют два подхода. При *сравнительном* подходе стоимость машины в новом состоянии принимается на базе цен первичного рынка. Стоимость подержанной машины оценивается на основе стоимости такой же машины в новом состоянии, скорректированных на различие в состоянии этих машин. Чаще всего это делают, умножая стоимость машины в новом состоянии на коэффициент или процент годности (отношение стоимости машины к стоимости той же машины в новом состоянии), определяемый по определенным формулам или таблицам, например, в [10,24,25]. Анализ показывает, что эти коэффициенты или проценты из года в год почти не меняются.

22 *Доходный* подход применяют обычно к оценке активов, приносящих *чистые доходы*. При этом под чистым доходом, приносимым активом в некотором периоде, понимается стоимость произведенного им продукта за вычетом затрат, связанных с использованием

актива. Согласно доходному подходу, стоимость актива должна определяться исходя из потока чистых доходов от наиболее эффективного предстоящего его использования. Точнее, в этих целях используется метод дисконтирования денежных потоков (метод ДДП), который с учетом неопределенности процесса использования актива, может быть сформулирован так [9,26,27,28]:

23 **Стоимость актива на дату оценки определяется как ожидаемая сумма дисконтированных (по безрисковой ставке) чистых доходов от наиболее эффективного его использования в расчетном периоде после даты оценки и дисконтированной стоимости актива в конце этого периода<sup>2</sup>.**

24 Термин «ожидаемый» в условиях *вероятностной* неопределенности здесь понимается как математическое ожидание (см. по этому поводу [15,29,30,31]), а в качестве расчетного обычно принимается период длительностью 3-10 лет, для которого оценщик может дать надежный прогноз потоков чистых доходов (иногда в теоретических исследованиях расчетным периодом считается весь оставшийся срок службы актива). Однако банки, эксперты отчетов об оценке, а порой и владельцы реальных активов не всегда доверяют оценкам, полученным методом ДДП. И дело не только в неточности прогноза стоимости актива в конце расчетного периода. Важнее, что сам метод ДДП, при сложившейся его трактовке, ориентирован на продавцов и покупателей, рассчитывающих на длительное использование актива, хотя участники рынка уделяют гораздо больше внимания текущей рыночной конъюнктуре и значительно меньше – тем выгодам, которые они могут получить в среднесрочной перспективе. Между тем, снять указанные возражения и сохранить основное его достоинство – возможность оптимизации способа использования актива – можно, применяя метод ДДП в нетрадиционной версии – достаточно считать длительность расчетного периода *бесконечно малой*. Эта идея была предложена нами в [32] и впоследствии развита в [17,33]. В [32] она была применена к задаче оптимизации срока службы машины, а в [34] к задаче оптимизации скорости судна. Далее мы используем ее для формирования оптимальной ремонтной политики.

### 3. Базовая модель оптимизации ремонтной политики

25 Как и раньше, объектами нашего рассмотрения будут машины одной марки, находящиеся на дату оценки в разных состояниях, которые могут подвергаться ремонтам. Состояние каждой работоспособной машины будем характеризовать ее ЭВ. В предлагаемой **базовой** модели вводятся существенные допущения, от которых мы избавимся в разделе 5. А именно, принимается, что производимый машинами продукт имеет известную рыночную стоимость  $p$ , инфляция в стране на дату оценки отсутствует и в ближайшее к ней время не ожидается, налоги отсутствуют.

26 Пусть  $V(s)$  – (неизвестная) стоимость,  $W(s)$  – производительность,  $Z(s)$  – интенсивность производственных затрат,  $R(s)$  – стоимость ремонта,  $\lambda(s)$  и  $\mu(s)$  – интенсивности соответственно аварий и катастроф машин с ЭВ= $s$ . При этом интенсивность чистых доходов от работы машины с ЭВ= $s$  составит  $B(s)=pW(s)-Z(s)$ . Мы считаем, что с ростом  $s$  функции  $\lambda(s)$ ,  $\mu(s)$  и  $R(s)$  не убывают,  $W(s)$  не возрастает,  $Z(s)$  возрастает, а  $B(s)$  убывает и при некотором  $s_0$  обращается в нуль. Из технических и экономических соображений вытекает также, что функция  $V(s)$  неотрицательная, убывающая и непрерывная.

27 Оценим стоимость машины с ЭВ= $s$  методом ДДП. Для этого оценим экономические последствия возможных решений по ее использованию в малом интервале времени  $ds$ .

28 **Утилизация.** В этом случае никаких чистых доходов в интервале времени  $ds$  не возникает, а стоимость машины в конце интервала будет нулевой.

29 **Превентивный ремонт.** Поскольку длительность ремонта пренебрежимо мала, а его проведение требует только затрат, то чистый доход от ремонта будет равен стоимости ремонта  $R(s)$ , взятой со знаком «минус». После ремонта, согласно модели КП, ЭВ машины составит  $qs$ , где  $q$  – уровень ремонта. Машина такого же ЭВ на дату оценки имеет стоимость

$V(qs)$ , такая же будет и у рассматриваемой машины. А тогда сумма дисконтированных чистых доходов за время ремонта и стоимости машины после ремонта составит  $V(qs)-R(s)$ .

30 Поэтому при выборе лучшего из вариантов утилизации и ремонта сумма дисконтированных чистых доходов за время  $ds$  и стоимости машины в конце этого периода составит:

$$32 \quad N(s) = \max[0; V(qs) - R(s)]. \quad (1)$$

33 При этом ремонт будет эффективнее, только если  $N(s) > 0$ .

34 **Продолжение работы.** Здесь за период  $ds$  может произойти катастрофа, авария, либо ни то ни другое с вероятностями соответственно  $\lambda(s)ds$ ,  $-\mu(s)ds$  и  $1-\lambda(s)ds-\mu(s)ds$ . Рассмотрим каждый из этих случаев.

35 1. При катастрофе машина будет утилизирована, а ее стоимость в конце периода будет нулевой.

36 2. Если произойдет авария, придется выбирать между утилизацией машины и ее аварийным ремонтом. При этом лучшему выбору отвечает сумма дисконтированных чистых доходов за период  $ds$  и стоимости машины в конце периода, равная  $N(s)$ .

37 3. Ни аварии, ни катастрофы не произойдет. Тогда за период  $ds$  машина принесет чистый доход  $B(s)ds$ . К концу периода она будет иметь ЭВ=  $s+ds$ , так что при отсутствии инфляции ее стоимость составит  $V(s+ds)$ . При этом сумма дисконтированных чистых доходов за время  $ds$  и стоимости машины в конце этого периода составит  $B(s)ds + (1-rds)V(s+ds)$ , где  $r$  – номинальная ставка дисконтирования (в непрерывном времени).

38 Учитывая вероятности указанных случаев, определим (с точностью до малых более высокого порядка) ожидаемую сумму дисконтированных чистых доходов за период  $ds$  и стоимости машины в конце этого периода, отвечающую решению о продолжении работы:

$$37 \quad \begin{aligned} N(s)\lambda(s)ds + [B(s)ds + (1-rds)V(s+ds)][1-\lambda(s)ds - \mu(s)ds] = \\ = [1-rds - \lambda(s)ds - \mu(s)ds]V(s+ds) + B(s)ds + N(s)\lambda(s)ds. \end{aligned}$$

38 Согласно методу ДДП стоимость машины на дату оценки равна сумме ожидаемых дисконтированных чистых доходов за период  $ds$  и стоимости машины в конце периода, отвечающей наиболее эффективному решению, так что:

$$39 \quad V(s) = \max\{N(s); [1-rds - \lambda(s)ds - \mu(s)ds]V(s+ds) + B(s)ds + N(s)\lambda(s)ds\}. \quad (2)$$

40 Мы получили, по сути, уравнение динамического программирования в дифференциальной форме для определения неизвестной функции  $V(s)$ , чего, кстати, уже достаточно для проведения численных расчетов. Далее мы представим его в иной форме.

41 Верхнюю границу для  $V(0)$  можно указать и более конкретно. Очевидно, что любая машина за малую единицу времени приносит чистый доход, не превышающий  $B(0)$ , а риск ее утилизации не меньше, чем  $\mu(0)$ . Поэтому любой машины не больше, чем стоимость банковского депозита  $\bar{V} = B(0)/[r + \mu(0)]$  с тем же риском, дающего чистый доход  $B(0)$ :  $V(s) \leq V(0) \leq \bar{V}$ . Это неравенство можно вывести и из (2). Действительно, поскольку  $N(0) < V(0)$ , то в силу (2) имеем:

$$42 \quad \begin{aligned} V(0) &= [1-rds - \lambda(0)ds - \mu(0)ds]V(ds) + B(0)ds + N(0)\lambda(0)ds < \\ &< [1-rds - \lambda(0)ds - \mu(0)ds]V(0) + B(0)ds + V(0)\lambda(0)ds = \\ &= V(0) - [r + \mu(0)][V(0) - \bar{V}]ds. \end{aligned}$$

43 Значит, выражение во второй квадратной скобке не больше нуля, т.е.  $V(0) \leq \bar{V}$ .

## 4. Уравнение динамического программирования в интегральной форме

45 Назовем ЭВ= $a$  *правильным*, если утилизация или превентивный ремонт машину с таким ЭВ неэффективны. Естественно, что это должно иметь место и для машин с несколько большим ЭВ. Значит, существует наибольшее  $T=T(a)$  такое, что все возраста между  $a$  и  $T$  правильные, так что, кстати,  $T(s)=T(a)$  для всех  $a \leq s < T(a)$ . Поэтому в силу (2) для всех  $a \leq s < T$  должно выполняться равенство:  $V(s)=[1-rds - \lambda(s)ds - \mu(s)ds]V(s+ds)+B(s)+N(s)\lambda(s)ds$ . Отсюда имеем:

$$46 \quad V'(s) = [r + \lambda(s) + \mu(s)]V(s) - [B(s) + N(s)\lambda(s)]. \quad (3)$$

47 Это уравнение можно представить и в интегральной форме:

$$48 \quad V(s) = e^{-r(T-s)}V(T) - \int_s^T e^{-r(x-s)} \{ \lambda(x)[V(x) - N(x)] + \mu(x)V(x) - B(x) \} dx. \quad (4)$$

49 Нетрудно убедиться, что  $T \leq s_0$ . Действительно, при  $T > s_0$  (4) выполнялось бы при  $s=s_0$ , хотя первый член в правой части меньше  $V(s_0)$ , а второй – отрицателен, ибо  $V(t) > N(t) > 0$  на отрезке  $[a, T]$ , а  $B(t) < 0$  при  $t > s_0$ . Отсюда, в частности, следует, что все  $s > s_0$  – неправильные.

50 Для последующих рассуждений формула (4) не очень удобна. Введем обозначения:

$$51 \quad L(s) = \int_0^s \lambda(x) dx, \quad M(s) = \int_0^s \mu(x) dx, \quad F(s) = rs + L(s) + M(s).$$

52 Тогда, учитывая, что  $r + \lambda(s) + \mu(s) = F'(s)$ , уравнение (3) можно представить в ином виде:

$$53 \quad V(s) = e^{F(s)-F(T)}V(T) + \int_s^T e^{F(s)-F(x)} [B(x) + \lambda(x)N(x)] dx. \quad (5)$$

54 Поскольку  $V(T)=N(T)$ , это равенство можно записать и так:

$$55 \quad V(s) = e^{F(s)-F(T)}N(T) + \int_s^T e^{F(s)-F(x)} [B(x) + \lambda(x)N(x)] dx. \quad (6)$$

56 Оно отвечает ремонтной политике, при которой машины проходят превентивный ремонт, лишь достигнув ЭВ= $T(a)$ . Тогда  $T(a)$  можно трактовать как *ожидаемый ЭВ превентивного ремонта* машин с ЭВ= $a$ . В частности,  $T(0)$  будет *минимальным ожидаемым ЭВ превентивного ремонта* машин. Действительно, если рассматривать парк машин, длительное время использующийся при оптимальной ремонтной политике, то в нем просто не будет машин с ЭВ $>T(0)$ , ибо все машины, достигающие этого ЭВ, будут ремонтироваться, а их ЭВ – уменьшаться.

57 Пусть ЭВ= $s$  – правильный. Тогда, учитывая, что  $V(T) \geq N(T)$  при  $s \leq T < T(s)$ , из (5) получим:

$$58 \quad V(s) \geq e^{F(s)-F(T)}N(T) + \int_s^T e^{F(s)-F(x)} [B(x) + N(x)\lambda(x)] dx. \quad (7)$$

59 Отсюда и из (6) следует, что при изменении  $T$  между  $s$  и  $T(s)$  правая часть достигает максимума при  $T=T(s)$ . Оказывается, что так будет и при  $T > T(s)$ . Действительно, для машин с  $T(s) < ЭВ < T$  продолжение работы может быть не лучшим способом использования, так что равенство (2) превратится в неравенство:  $V(s) \geq [1 - r\varepsilon - \lambda(s)\varepsilon - \mu(s)\varepsilon]V(s+\varepsilon) + B(s)\varepsilon + N(s)\lambda(s)\varepsilon$ . Повторив теперь предыдущие выкладки, мы вместо (3) получим:

$$60 \quad V(s) \geq e^{F(s)-F(T)}V(T) + \int_s^T e^{F(s)-F(x)} [B(x) + N(x)\lambda(x)] dx.$$

61 Но  $V(T) \geq N(T)$ , откуда вытекает то же неравенство (7), но уже для  $T > T(s)$ . Изложенные соображения позволяют дать окончательное интегральное представление уравнения динамического программирования для неизвестной функции  $V(s)$ , где, как и раньше, используется обозначение (1):

$$62 \quad V(s) = \sup_{T \geq s} \left\{ N(T)e^{F(s)-F(T)} + \int_s^T [B(t) + \lambda(t)N(t)]e^{F(s)-F(t)} dt \right\} \triangleq \mathcal{G}(V(s)). \quad (8)$$

63 До сих пор мы рассматривали машины с правильным ЭВ, так что (8) выполняется пока только для них. Однако оно справедливо и для машин с неправильным ЭВ. Действительно, для этих машин  $V(s)=N(s)$ , так что супремум в (8) достигается при крайнем значении  $T=s$ .

64 Легко видеть, что оператор  $\Psi$  – неотрицательный и монотонный: из  $f(s) \geq h(s)$  следует, что  $\Psi(f(s)) \geq \Psi(h(s)) \geq 0$ . Поэтому последовательность  $V_0(s) \equiv \bar{V}$ ,  $V_{i+1}(s) = \Psi(V_i(s))$  будет монотонно сходиться к пределу  $V(s)$ , являющимся решением (8). Более того, это решение – единственное. Действительно, если у уравнения (8) есть другое решение  $U(s)$ , то  $U(s) \leq V_0(s)$ , а тогда в силу монотонности  $\Psi$  будет  $U(s) \leq V_i(s)$  и, значит,  $U(s) \leq V(s)$ . Поэтому функция  $h(s) = V(s) - U(s)$  принимает положительные значения на  $[0, s_0]$ . Пусть  $D > 0$  – ее максимальное значение,  $z$  – наименьший ЭВ между 0 и  $s_0$ , при которых  $h(z) = D$ . Покажем, что ЭВ  $z$  не может быть ни правильным, ни неправильным.

65 **Случай 1.** ЭВ  $z$  – неправильный. Тогда  $z > 0$ , ибо точка 0 – правильная. К тому же  $V(z) > h(z) > 0$ , а тогда  $V(z) = V(qz) - R(z)$ . Но  $qz < z$ , так что  $V(qz) - U(qz) < D$ . Поэтому  $D = V(z) - U(z) \leq V(qz) - R(z) - U(z) < D + U(qz) - R(z) - \max[0; U(qz) - R(z)] \leq D$ , что при  $D > 0$  невозможно.

66 **Случай 2.** ЭВ  $z$  – правильный. Пусть  $T = T(z)$ . Тогда  $T > z$  и  $T \leq s_0$ , поскольку все значения ЭВ между  $z$  и  $T(z)$  – правильные. Теперь в силу (8) и (7) имеем:

$$67 \quad V(z) = \max[0; V(qT) - R] e^{F(z)-F(T)} + \int_z^T [B(t) + \lambda(t) \max[0; V(qt) - R]] e^{F(z)-F(t)} dt;$$

$$U(z) \geq \max[0; U(qT) - R] e^{F(z)-F(T)} + \int_z^T [B(t) + \lambda(t) \max[0; U(qt) - R]] e^{F(z)-F(t)} dt.$$

68 Вычитая второе выражение из первого, снова получаем невозможное неравенство:

$$69 \quad D = V(z) - U(z) \leq D e^{F(z)-F(T)} + \int_z^T \lambda(t) D e^{F(z)-F(t)} dt = D \left\{ 1 - \int_z^T F'(t) e^{F(z)-F(t)} dt \right\} +$$

$$+ \int_z^T [F'(t) - r - \mu(t)] D e^{F(z)-F(t)} dt = D - D \int_z^T [r + \mu(t)] e^{F(z)-F(t)} dt < D.$$

70 Итак, имеется единственная функция  $V(s)$ , удовлетворяющая (8) и, по-видимому, она устроена так. При  $0 \leq s \leq T(0)$  она удовлетворяет уравнению (3) с краевым условием  $V(T(0)) = N(T(0))$ , а при  $s > T(0)$  – определяется равенством:  $V(s) = N(s)$ . Неизвестное  $T(0)$  при этом определяется так, чтобы величина  $V(0)$  была максимальной. К сожалению, доказать эту гипотезу не удастся, хотя численные расчеты ее подтверждают.

## 5. Учет реалий рыночной экономики

71 Для упрощения изложения основное уравнение базовой модели (2) выводилось в предположении отсутствия инфляции и налогов. Применяя технику, изложенную в [32,33], можно показать, что оно остается в силе и с учетом указанных факторов. Меняется только



параметр  $r$  – теперь его надо определять как сумму безрисковой доналоговой номинальной рыночной ставки дисконтирования и ставки налога на имущество за вычетом темпа роста цен на машины данной марки. Это хорошо согласуется с рекомендациями стандартов оценки о возможности дисконтирования денежных потоков разной структуры по соответствующим ставкам.

72 Обратим особое внимание, что теперь формула (8) связывает стоимость машины не с теми доходами, которые она будет приносить впоследствии, а с доходами, приносимыми на ту же дату оценки другими машинами той же марки. Тем самым, использование предлагаемой версии метода ДДП требует информации о характеристиках машин разного возраста на дату оценки, но не их прогнозирования. Это имеет место и для других задач стоимостной оценки [17,32,33].

73 Наиболее спорным в базовой модели оценщикам представляется допущение о том, что производимый машинами продукт обращается на рынке. В качестве контрпримера они приводят машины, производящие «промежуточный» продукт, потребляемый на следующих этапах производственного цикла (например, транспортеры или оборудование для раскройки металлического листа). Конечно, подобные продукты производят очень многие виды машин и непосредственно подтвердить их стоимость данными рынка затруднительно. Однако, коль скоро участники рынка используют такие машины, значит, у них есть потребность в производимом ими продукте, так что этот продукт обладает определенной полезностью для них. А тогда, согласно теории стоимостной оценки, такой продукт имеет и рыночную стоимость, для оценки которой предназначены и стандарты оценки [23]. В общем случае можно сказать, что рыночная стоимость единицы такого продукта отражает ее вклад в повышение рыночной стоимости предприятия. Более того, существующие стандарты и методы оценки предназначены также и для оценки работ и услуг. Другое дело, что нередко информация, требующаяся для стоимостной оценки производимого машинами продукта, отсутствует. Конечно, в такой ситуации предложенная выше модель непосредственно неприменима. Однако выйти из положения можно, используя сравнительный подход к оценке.

74 Заметим для этого, что каждому значению стоимости единицы продукта  $p$  отвечает свое решение базовой модели, обозначим его  $V(s,p)$ , являющееся неубывающей функцией от  $p$ . В частности, такой будет и функция  $V(0,p)$ , отражающая стоимость машины в новом состоянии. Но оценку  $V_0$  этой стоимости оценщики могут получить по данным первичного рынка. Поэтому неизвестную стоимость единицы продукта  $p$  можно определить как единственный корень уравнения  $V(0,p)=V_0$ . На этой идее основаны и другие методы оценки машин, изложенные в [32,33].

## 6. Экспериментальные расчеты

75 В наших расчетах ЭВ измерялся в годах и долях года, производительность машин и затраты - в условных единицах. Единичная производительность отвечает машине в новом состоянии, единица затрат затратам на производство единицы продукта этой машиной. Стоимость ремонта обычно составляет 15-40% от стоимости машины в новом состоянии. На этом основании принималось, что она составляет некоторую долю  $b$  (не зависящую от ЭВ) от стоимости машины в новом состоянии:  $R(s)=bV(0)$ . Принято, что интенсивности аварий и катастроф пропорциональны ЭВ (т.е. моменты этих отказов имеют распределение Рэлея). Из [35] видно, что это имеет место для многих машин, сроки службы которых не регламентируются и могут продлеваться. Для каждого варианта задавались средние времена использования машины до аварии ( $DA$ ) и катастрофы ( $DC$ ).

76 Основным выбран вариант с параметрами, характерными для ряда машин со сроками службы порядка 10 лет:

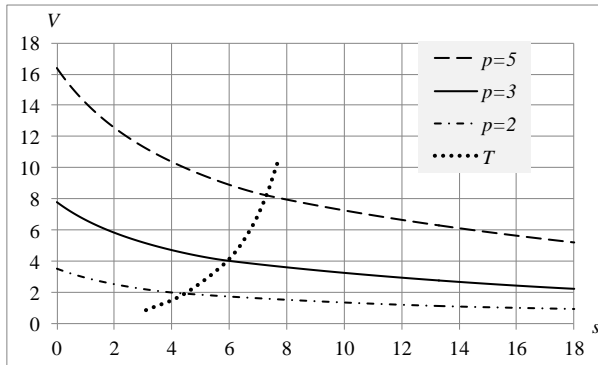
$$77 \quad W(s) = e^{-0,03s}; \quad Z(s) = e^{0,05s}; \quad p = 3; \quad q = 0,3; \quad b = 0,25; \quad DA = 3; \quad DC = 8.$$

78 На приводимых ниже рис. 1-6 представлены зависимости стоимости машин от ЭВ для разных вариантов. Сплошная линия там отвечает основному варианту, остальные получаются из основного изменением отдельных параметров. Точки, отвечающие моментам

первого превентивного ремонта, соединены на графиках точечной линией, обозначенной  $T$ .

79 Как и ожидалось, с уменьшением ставки дисконтирования  $r$  и увеличением остальных параметров модели стоимости машин увеличиваются. Интересно, однако, что стоимость продукта  $p$ , ставка дисконтирования  $r$  и среднее время до аварии  $DA$  практически не влияют на коэффициенты годности  $k(s)$ .

80



81

Рис. 1. Зависимости  $V(s)$  при разных  $p$

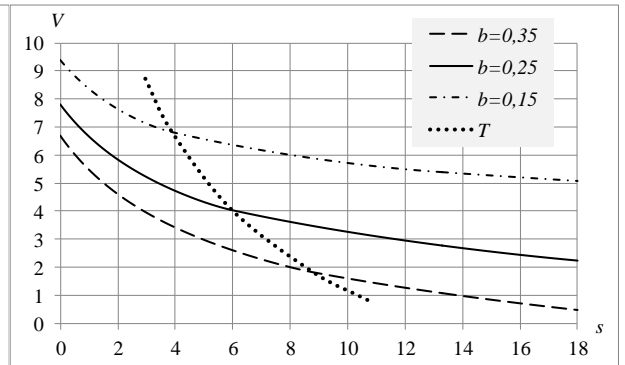
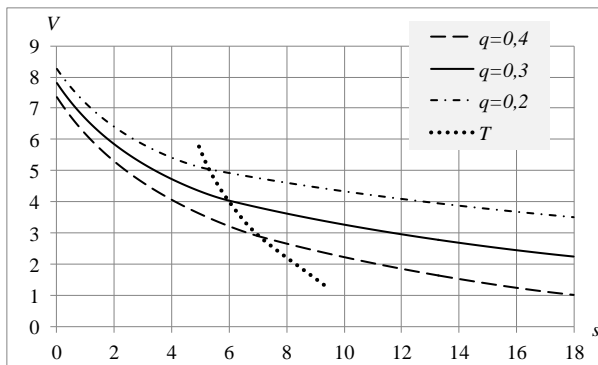


Рис. 2. Зависимости  $V(s)$  при разных  $b$



82

Рис. 3. Зависимости  $V(s)$  при разных  $q$

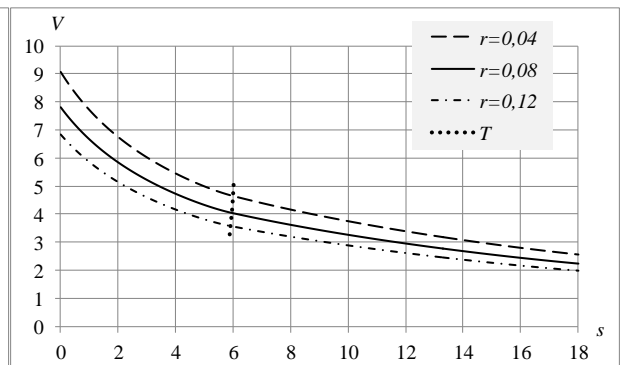
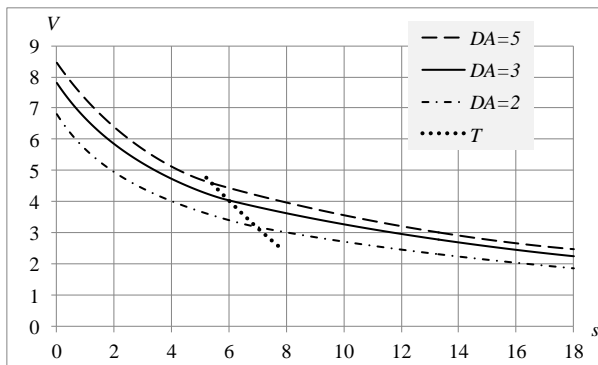


Рис. 4. Зависимости  $V(s)$  при разных  $r$



83

Рис. 5. Зависимости  $V(s)$  при разных  $DA$

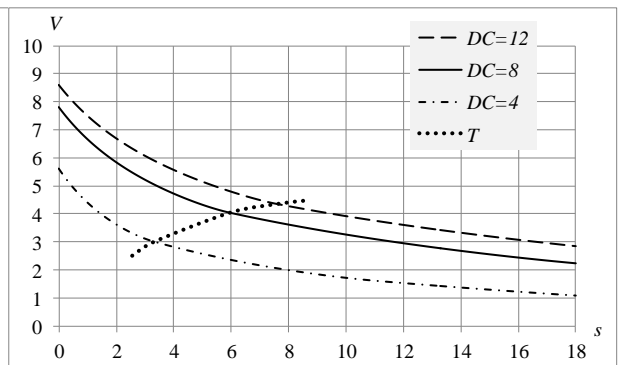


Рис. 6. Зависимости  $V(s)$  при разных  $DC$

84

## 7. Заключение

85 Задача оптимизации политики превентивного ремонта машин рассмотрена как часть общей задачи стоимостной оценки машин. Предложенная модель позволяет учесть зависимости характеристик машин от их состояния, качество ремонтов, влияние инфляцией и налогообложения. Она базируется на имеющейся на дату оценки информации и практически применима как для управления эксплуатацией машин, так и для оценки их рыночной стоимости в соответствии со стандартами оценки.

*Примечания:*

1. Звук «дз» японского языка не может точно передать ни одна система транслитерации. В принятой в России системе Поливанова он передается сочетанием «дз», в системе Хэпбёрна, принятой в англоязычных странах, – буквой «j».
  2. Последняя составляющая отражает доходы, которые владелец мог бы получить от продажи актива.
- 

***Библиография:***

1. Ящура А.И. Система технического обслуживания и ремонта общепромышленного оборудования: Справочник. М.: НЦ ЭНАС, 2006.
2. Terborgh G. Dynamic equipment policy (1st ed.). New York: McGraw-Hill Book Co, 1949.
3. Колегаев Р.Н. Экономическая оценка качества и оптимизация системы ремонта машин. М.: Машиностроение, 1980.
4. Лившиц В.Н., Смоляк С.А. Сроки службы основных фондов в оптимальном плане // Первая конференция по оптимальному планированию и управлению народным хозяйством, секция 1, вып. 1. М.: ЦЭМИ АН СССР, 1971.
5. Канторер С.Е. Амортизация и сроки службы машин и оборудования в строительстве. М.: Стройиздат, 1975.
6. Кокс Д., Смит В. Теория восстановления. М.: Советское радио, 1967.
7. Assessors' Handbook. Section 582. The Explanation on the Derivation of Equipment Percent Good Factors. California State Board of Equalization, February 1981. Reprinted January 2015.
8. Оценка стоимости машин, оборудования и транспортных средств / Ковалев А. П. и др. М.: Интерреклама, 2003.
9. Смоляк С.А. Зависимости стоимости машин от возраста: проблемы и модели // Аудит и финансовый анализ. 2014. Т. 5. С. 138-150.
10. Лейфер Л.А. (Ред.). Справочник оценщика машин и оборудования. Корректирующие коэффициенты и характеристики рынка машин и оборудования Нижний Новгород: Приволжский центр методического и информационного обеспечения оценки, 2015.
11. Фоменко А.Н. Особенности доходного подхода при оценке оборудования // Регистр оценщиков. 2011. Т. 7.
12. Смоляк С.А. Оптимизация ремонтной политики и оценка стоимости машин с учетом их надежности // Журнал Новой экономической ассоциации. 2014. Т. 2(22). С. 102-131.
13. Welch R.B. Depreciation of Buildings for Assesment Purposes. Chicago: Internationl Assosiation of Assessing Officers, 1943.
14. Assessors' Handbook. Section 501. Basic Appraisal. California State Board of Equalization, 2002.

15. 2011 Real Property Assessment Guidelines. Appendix F. Commercial and Industrial Depreciation. Indiana, Department of Local Government Finance, 2011. Получено 12 09 2017г., из [http://www.in.gov/dlgf/files/2011\\_Appendix\\_F\\_Final.pdf](http://www.in.gov/dlgf/files/2011_Appendix_F_Final.pdf)
16. Kijima M. Some results for repairable systems with general repair // Journal of Applied probability. 1989. V. 26(1). P. 89-122.
17. Смоляк С.А. Оценка рыночной стоимости машин с учетом устранимого и неустранимого износа // Экономика и математические методы. 2013. Т. 49. Вып. 1. С. 54-72.
18. Hanagal D., Kanade R. Optimal replacement policy based on number of down times for coldstandby system when the lifetime and the repair time are dependent. // Journal of reliability and statistical studies. 2011. V. 4(1). P. 41-52.
19. Петухов Р.М. Методика экономической оценки износа и сроков службы машин. М.: Экономика, 1965.
20. Wang H., Pham H. Reliability and Optimal Maintenance. London: Springer, 2006.
21. Rappaport A. Creating Shareholder Value: A Guide for Managers and Investors. New York: TheFreePress, 1998.
22. Коупленд Т., Коллер Т., Муррин Д. Стоимость компаний: оценка и управление (3-е изд., перераб. и доп.). М.: ЗАО «Олимп-бизнес», 2005.
23. International Valuation Standards 2011. International Valuation Standards Committee, 2011.
24. 2015 Personal Property Manual. Phoenix: Arizona Department of Revenue, 2014.
25. Oklahoma Business Personal Property Valuation Schedule. Oklahoma Tax Commission Ad Valorem Tax Division, 2016.
26. International Valuation Standards. Eight Edition. 2007. London: International Valuation Standards Committee, 2007.
27. Смоляк С.А. Дисконтирование денежных потоков в задачах оценки эффективности инвестиционных проектов и стоимости имущества. М.: Наука, 2006.
28. Parker D. International Valuation Standards: A Guide to the Valuation of Real Property Assets. 2016. Получено 14 09 2017 г., из <http://www.ebook777.com/international-valuation-standards-guide-valuation-real-property-assets/>
29. Брейли Р., Майерс С. Принципы корпоративных финансов. М.: Олимп-Бизнес, 2006.
30. Смоляк С.А. Оценка эффективности инвестиционных проектов в условиях риска и неопределенности (теория ожидаемого эффекта). М.: Наука, 2002.
31. Fair value measurements - 2015 global edition. PricewaterhouseCoopersLLP, 2015.
32. Смоляк С.А. Проблемы и парадоксы оценки машин и оборудования. М.: РИО МАОК. 2008.

33. Смоляк С.А. Стоимостная оценка машин и оборудования (секреты метода ДДП). М.: Опцион, 2016.
34. Смоляк С.А. Оптимизация скорости морского грузового судна в регулярных линейных рейсах // Экономика и математические методы. 2017. Т. 53. Вып.3. С. 59-77.
35. Смоляк С.А. О вероятностных моделях для оценки остаточного срока службы и износа машин и оборудования // Имущественные отношения в Российской Федерации. 2017. Т. 2(185). С. 75-87.

# *Preventive equipment repairs in a model of the Kijima type*

**Sergey Smolyak**

CEMI RAS

Russian Federation, 107564 MOSCOW Russia, Krasnobogatyrskaya ul., d.27, kv. 129

## **Abstract**

*We consider equipment items whose condition deteriorates during operation and is partially restored after repair, similar to the way it is done in the Kijima models. Equipment items are subjected to accidental failures of two types, which necessitates the removal or emergency repair. A new approach to choosing the optimal policy of preventive repair of such equipment is proposed, when optimization of the process of using the equipment becomes an important step in its valuation. The solution of the problem reduces to an integral equation with a lagging argument, some of its properties are revealed, an example of a numerical solution is given. The constructed model allows comparatively easy to take into account the influence of inflation and taxation.*

**Keywords:** *machinery, equipment, failures, repair policy, optimization, market value, effective age, the Kijima models*

**Date of publication:** 13.12.2018

## **Citation link:**

*Smolyak S. Preventive equipment repairs in a model of the Kijima type // Herald of CEMI. – 2018. – Issue 2 [Electronic resource]. URL: &nbsp;<https://cemi.jes.su/s11111110000091-3-1/> (circulation date: 03.09.2021). DOI: 10.33276/S0000091-3-1*

---

*Код пользователя: 7794; Дата выгрузки: 03.09.2021; URL - <http://cemi.jes.su/s11111110000091-3-1/> Все права защищены.*